問 1. 次の問いに答えよ。

(1) x と y を $xy+2x-4y=2$ を満たす正の整数とするとき，xy の最大値は $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) 関数

$$f(x)=(x+2)\,|x-5|$$

について考える。x の方程式 $f(x)=k$ が 3 個の異なる実数解をもつとき，定数 k の値の範囲は $\boxed{\text{イ}} < k < \boxed{\text{ウ}}$ である。

問 2. 次の問いに答えよ。

(1) p を実数の定数とする。$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{3}$ における θ の関数

$$y = \cos 2\theta - 2p\cos\theta + p^2$$

の最大値と最小値をそれぞれ $M(p)$ と $m(p)$ とする。

(i) p が実数全体を動いたときの関数 $M(p)$ を求めると

$$p \leqq \boxed{\text{エ}} \quad \text{のとき} \quad M(p) = \boxed{\text{オ}}$$

$$\boxed{\text{エ}} < p \quad \text{のとき} \quad M(p) = \boxed{\text{カ}}$$

である。

(ii) p が実数全体を動いたときの関数 $m(p)$ を求めると

$$p \leqq \boxed{\text{キ}} \quad \text{のとき} \quad m(p) = \boxed{\text{ク}}$$

$$\boxed{\text{キ}} < p \leqq \boxed{\text{ケ}} \quad \text{のとき} \quad m(p) = \boxed{\text{コ}}$$

$$\boxed{\text{ケ}} < p \quad \text{のとき} \quad m(p) = \boxed{\text{サ}}$$

である。

(2) 点 A(1, 0, 0) を通り，ベクトル (1, 1, −2) に平行な直線を ℓ_1 とし，点 B(2, 0, 1) を通り，ベクトル (1, 2, −3) に平行な直線を ℓ_2 とする。また，2 直線 ℓ_1，ℓ_2 の両方に垂直に交わる直線を ℓ_3 とする。直線 ℓ_1 と直線 ℓ_3 との交点を点 C，直線 ℓ_2 と直線 ℓ_3 との交点を点 D とする。

(i) 点 C と点 D の座標は，それぞれ

$$\mathrm{C}(\boxed{\text{シ}}, \boxed{\text{ス}}, \boxed{\text{セ}}),\ \mathrm{D}(\boxed{\text{ソ}}, \boxed{\text{タ}}, \boxed{\text{チ}})$$

である。

(ii) 四面体 ABCD の体積は $\boxed{\text{ツ}}$ である。

問 3. m は実数の定数とし，x の 3 次方程式 $x^3-3mx+m-3=0$ が 3 個の異なる実数解 α, β, γ をもつとする。 次の問いに答えよ。

(1) m の範囲は $\boxed{テ}$ である。

(2) $\alpha<\beta<\gamma$ とする。このとき，

(i) α の範囲は $\boxed{ト}$ である。

(ii) β の範囲は $\boxed{ナ}$ である。

(iii) γ の範囲は $\boxed{ニ}$ である。

問 4. 3 つの箱 A，B，C がある。箱 A，箱 B，箱 C には，それぞれ 5 個，4 個，4 個の玉が次のように入っている。箱 A には緑玉が 2 個，赤玉が 3 個入っている。箱 B には緑玉が 1 個，赤玉が 2 個，白玉が 1 個入っている。箱 C には緑玉が 3 個，白玉が 1 個入っている。以下の手順で玉 1 個を選ぶ。

アルファベット A，B，C が 1 つずつ記入された 3 枚のカードがある。これらのカードから 1 枚を引き，そのカードに書かれているアルファベットの箱から玉 1 個を取り出す。

次の問いに答えよ。

(1) 取り出した玉が緑玉である確率は $\boxed{ヌ}$ である。

(2) 取り出した玉が緑玉であるとき，この玉が箱 C から取り出された確率は $\boxed{ネ}$ である。

(3) 取り出した玉が緑玉であるとき，この玉が箱 B から取り出された確率を p とする。取り出した玉が赤玉であるとき，この玉が箱 B から取り出された確率を q とする。p は q の $\boxed{ノ}$ 倍である。

〔以　下　余　白〕