問 1. 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ $(n=1,2,3,\ldots)$ を

$$a_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \quad a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n + 1}, \qquad b_1 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}, \quad b_{n+1} = \frac{b_n - 1}{b_n + 1}$$

と定める. さらに, 原点を O とする座標平面上の点 (a_n, b_n) を P_n とする.

(1) 線分の長さ OP_4 は $\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ である.

(2) 四角形 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2\mathrm{P}_4\mathrm{P}_3$ の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である.

(3) 線分の長さの和 $\displaystyle\sum_{n=1}^{12} \mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$ は $\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}+\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である. ただし, $\boxed{\text{キ}} < \boxed{\text{ケ}}$ であるとする.

問 2. a を実数の定数とする. x についての方程式

$$4\sin^2 x - a\sin x + 1 = 0 \quad (0 \leqq x \leqq \pi)$$

は 4 つの相異なる解を持ち, そのうちの 2 つの解 $x_1, x_2\ (x_1 < x_2)$ の差が $\dfrac{\pi}{2}$ である.

(1) $\sin x_1 = \sin x_2$ のとき, $a = \boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ である.

(2) $\sin x_1 \neq \sin x_2$ のとき, $a = \boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ であり, 4 つの解のうち, 最も値が大きい解は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\pi$ である.

問 3. 白と赤の球があわせて 22 個入っている袋の中から 3 個の球を取り出す．取り出した球が「白球 2 個, 赤球 1 個である確率」を, 袋の中に入っている白球と赤球の個数の割合を変化させて考える．この確率が最も大きくなるのは, 袋の中の白球が $\boxed{\text{タ}}$ 個のときであり, そのときの確率は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である．

問 4. 原点を O とする座標空間に 3 つの点 A$(3,0,0)$, B$(0,2,0)$, C$(0,0,1)$ がある．

(1) O から 3 つの点 A, B, C を含む平面に垂線を下ろし，この平面と垂線の交点を H とすると，点 H の座標は $\left(\dfrac{\boxed{テ}}{\boxed{ト}}, \dfrac{\boxed{ナ}}{\boxed{ニ}}, \dfrac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネ}}\right)$ である．

(2) 四面体 OABC に内接する球の半径は $\dfrac{\boxed{ノ}}{\boxed{ハ}}$ である．

問 5. $a > 0$ に対して, $f(x) = x|x - a|$ とする.

(1) $y = f(x)$ のグラフの原点 O における接線と $y = f(x)$ のグラフが囲む図形の面積は, $y = f(x)$ のグラフと x 軸が囲む図形の面積の $\boxed{\text{ヒ}}$ 倍である.

(2) $y = f(x)$ のグラフと $y = sx^2$ $(0 < s < 1)$ のグラフにより囲まれてできる 2 つの図形の面積が等しいとき, $s = \dfrac{\boxed{\text{フ}} - \sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}}{\boxed{\text{ホ}}}$ である.

〔以　下　余　白〕