環

注 意 事 項 2

問題冊子に数字の入った $\boxed{}$ があります．それらの数字は解答用紙の解答欄の番号を表しています．対応する番号の解答欄の 0 から 9 までの数字または − (マイナスの符号) をマークしてください．

$\boxed{}$ が 2 個以上つながったとき，数は右詰めで入れ，左の余った空欄には 0 を入れてください．負の数の場合には，マイナスの符号を先頭の $\boxed{}$ に入れてください．

(例) $12 \longrightarrow \boxed{0}\boxed{1}\boxed{2}$

$-3 \longrightarrow \boxed{-}\boxed{0}\boxed{3}$

分数は約分した形で解答してください．マイナスの符号は分母には使えません．

(例) $\dfrac{4}{8} \longrightarrow \dfrac{1}{2} \longrightarrow \dfrac{\boxed{0}\boxed{1}}{\boxed{0}\boxed{2}}$

$-\dfrac{6}{9} \longrightarrow -\dfrac{2}{3} \longrightarrow \dfrac{\boxed{-}\boxed{2}}{\boxed{0}\boxed{3}}$

ルート記号の中は平方因子を含まない形で解答してください．

(例) $\sqrt{50} \longrightarrow \boxed{0}\boxed{5}\sqrt{\boxed{0}\boxed{2}}$

$-\sqrt{24} \longrightarrow \boxed{-}\boxed{2}\sqrt{\boxed{0}\boxed{6}}$

$\sqrt{13} \longrightarrow \boxed{0}\boxed{1}\sqrt{\boxed{1}\boxed{3}}$

数式については，つぎの例のようにしてください．分数式は約分した形で解答してください．

(例) $-a^2-5 \longrightarrow \boxed{-}\boxed{1}\,a^2+\boxed{0}\boxed{0}\,a+\boxed{-}\boxed{5}$

$\dfrac{4a}{2a-2} \longrightarrow \dfrac{-2a}{1-a} \longrightarrow \dfrac{\boxed{0}\boxed{0}+\boxed{-}\boxed{2}\,a}{1-\boxed{0}\boxed{1}\,a}$

選択肢の番号を選ぶ問題では，同じ選択肢を何回選んでもかまいません．

数学－I

0から5までの番号のついた箱0, 箱1,..., 箱5がある．箱1と箱2には玉が1つずつ入っているが，他の箱には玉は入っていない．いま，1から6の目のついた2個のサイコロを振り，出た目の差の絶対値と同じ番号のついた箱の中身を確認し，玉が入っていた場合にはその玉を取り出す操作について考える．

(1) この操作を1回行うとき，箱2の玉が取り出される確率は $\dfrac{\boxed{(1)}\boxed{(2)}}{\boxed{(3)}\boxed{(4)}}$ である．

(2) この操作を2回繰り返すとき，箱1の玉と箱2の玉の少なくとも1つが取り出される確率は $\dfrac{\boxed{(5)}\boxed{(6)}}{\boxed{(7)}\boxed{(8)}}$ である．

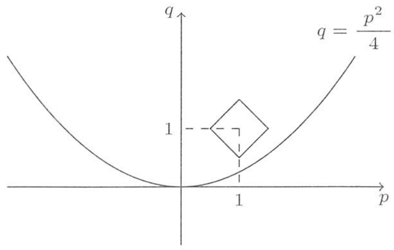
(3) 箱1と箱2の玉が両方とも取り出されるまで操作を繰り返すとき，その操作が3回で終わる確率は $\dfrac{\boxed{(9)}\boxed{(10)}\boxed{(11)}}{\boxed{(12)}\boxed{(13)}\boxed{(14)}}$ である．

数学－Ⅱ

(1)　実数 p, q が $q \leqq \dfrac{p^2}{4}$ をみたすとき，p, q に関する式

$$|p-1|+|q-1|$$

は，$p = \boxed{(15)}\boxed{(16)}$，$q = \dfrac{\boxed{(17)}\boxed{(18)}}{\boxed{(19)}\boxed{(20)}}$ のときに最小値 $\dfrac{\boxed{(21)}\boxed{(22)}}{\boxed{(23)}\boxed{(24)}}$ をとる．



(2)　$a > \dfrac{1}{4}$ となる定数に対して，実数 x, y に関する式

$$|2x+y-1|+|2xy-a|$$

の最小値 m を考えると

(i)　$\dfrac{1}{4} < a < \dfrac{\boxed{(25)}}{\boxed{(26)}}$ の場合

$x = \dfrac{\boxed{(27)}}{\boxed{(28)}}$，$y = \dfrac{\boxed{(29)}}{\boxed{(30)}}$ のときに $m = \boxed{(31)}\boxed{(32)}\,a + \dfrac{\boxed{(33)}\boxed{(34)}}{\boxed{(35)}\boxed{(36)}}$

(ii)　$a = \dfrac{\boxed{(25)}}{\boxed{(26)}}$ の場合

$x = \dfrac{\boxed{(27)}}{\boxed{(28)}}$，$y = \dfrac{\boxed{(29)}}{\boxed{(30)}}$ または $x = \dfrac{\boxed{(37)}}{\boxed{(38)}}$，$y = \dfrac{\boxed{(39)}}{\boxed{(40)}}$ のときに $m = \boxed{(41)}\boxed{(42)}$

(iii)　$a > \dfrac{\boxed{(25)}}{\boxed{(26)}}$ の場合

$x = \dfrac{\boxed{(43)}\boxed{(44)}}{\boxed{(45)}\boxed{(46)}}\sqrt{a}$，$y = \boxed{(47)}\boxed{(48)}\sqrt{a}$ のときに $m = \boxed{(49)}\boxed{(50)}\sqrt{a} + \boxed{(51)}\boxed{(52)}$

となる．

数学－Ⅲ

実数 x に対して，$[\,x\,]$ は x 以下の最大の整数とする．数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ を

$$a_1 = 1, \qquad a_{n+1} = a_n + \left[\sqrt{n+1}\,\right] \qquad\qquad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$b_1 = 1, \qquad b_{n+1} = b_n + (-1)^n \left[\sqrt{n+1}\,\right] \qquad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定義すると

(1) $a_{10} = \boxed{(53)}\boxed{(54)}$，$b_{10} = \boxed{(55)}\boxed{(56)}$ である．

(2) $a_n \geqq 100$ となるのは $n \geqq \boxed{(57)}\boxed{(58)}$ のときである．

(3) $b_n = 5$ となる最初の項は $n = \boxed{(59)}\boxed{(60)}$ のときである．

(4) 一般に，$m = \left[\sqrt{n}\,\right]$ とすると

$$a_n = \frac{\boxed{(61)}\boxed{(62)}\, m\,n + \boxed{(63)}\boxed{(64)}\, m^{\boxed{(65)}} + \boxed{(66)}\boxed{(67)}\, m^2 + \boxed{(68)}\boxed{(69)}\, m}{\boxed{(70)}\boxed{(71)}}$$

となる．

数学－Ⅳ

われわれはふだん10進法で数をあらわしているが，コンピュータでは2進法や8進法や16進法などもよく用いる．一般に，n進法ではn個の数字を使って数をあらわす．nが10以下の場合には，アラビア数字を用いれば良いが，10を超える場合には，英語のアルファベットを用いることが多い．たとえば，16進法では，

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}, \mathrm{D}, \mathrm{E}, \mathrm{F}$$

の16個の記号を用い，A, B, C, D, E, F は10進法の10, 11, 12, 13, 14, 15にそれぞれ対応する．16進法では桁ごとに16倍ずつ大きくなるため，たとえば7E2は，$7 \times 16^2 + 14 \times 16 + 2$を計算することで，10進法の2018をあらわしていることがわかる．

以下では，n進法で数をあらわしていることを明記するために，nが10以外の場合，$\mathrm{7E2}_{(16)}$のように(n)を添え字として書くことにする．

(1) 10進法の2018を18進法であらわすと $\boxed{(72)}\boxed{(73)}\boxed{(74)}_{(18)}$ である．

(2) 10進法の1000をn進法であらわすと$516_{(n)}$となったとき，$n = \boxed{(75)}\boxed{(76)}$ である．

(3) 8進法で係数をあらわした2次方程式 $x^2 - 22_{(8)}x + 120_{(8)} = 0$ の解は，8進法で $\boxed{(77)}\boxed{(78)}_{(8)}$ と $\boxed{(79)}\boxed{(80)}_{(8)}$ である (ただし $\boxed{(77)}\boxed{(78)}_{(8)} \leqq \boxed{(79)}\boxed{(80)}_{(8)}$ とする)．

(4) m進法で係数をあらわした2次方程式 $x^2 - 23_{(m)}x + 114_{(m)} = 0$ の解の1つがm進法で$5_{(m)}$であったとき，$m = \boxed{(81)}\boxed{(82)}$ であり，この2次方程式のもう1つの解はm進法で $\boxed{(83)}\boxed{(84)}_{(m)}$ である．

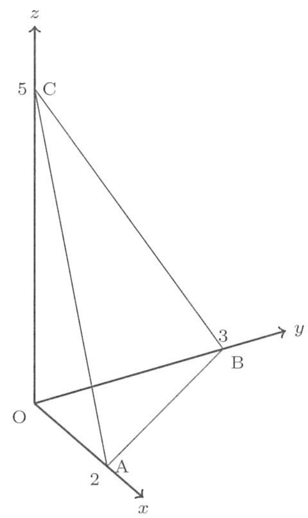
数学－V

(1)　3 つの直線 $x-y=1$，$3x-y=1$，$x+y=4\sqrt{2}-1$ で囲まれてできる三角形の内接円の半径は $\boxed{(85)}\boxed{(86)}+\boxed{(87)}\boxed{(88)}\sqrt{\boxed{(89)}\boxed{(90)}}$ であり，中心は

$$\left(\sqrt{\boxed{(91)}\boxed{(92)}}+\boxed{(93)}\boxed{(94)}\sqrt{\boxed{(95)}\boxed{(96)}},\ \boxed{(97)}\boxed{(98)}+\boxed{(99)}\boxed{(100)}\sqrt{\boxed{(101)}\boxed{(102)}}\right)$$

である．

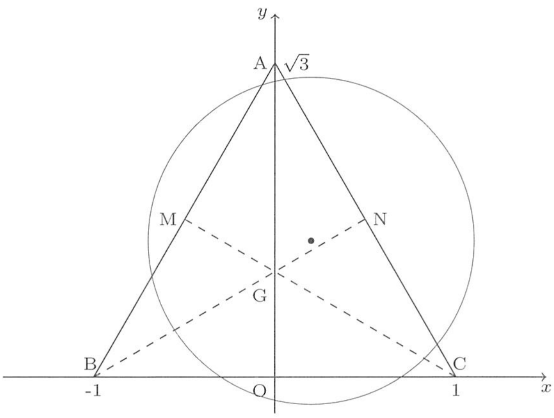
(2)　xyz 空間において，原点 O と A$(2,0,0)$, B$(0,3,0)$, C$(0,0,5)$ を結んでできる四面体の体積は $\boxed{(103)}\boxed{(104)}$ であり，表面積は $\boxed{(105)}\boxed{(106)}$ である．また，この四面体の 4 つの面に接する球の半径は $\dfrac{\boxed{(107)}\boxed{(108)}}{\boxed{(109)}\boxed{(110)}}$ である．

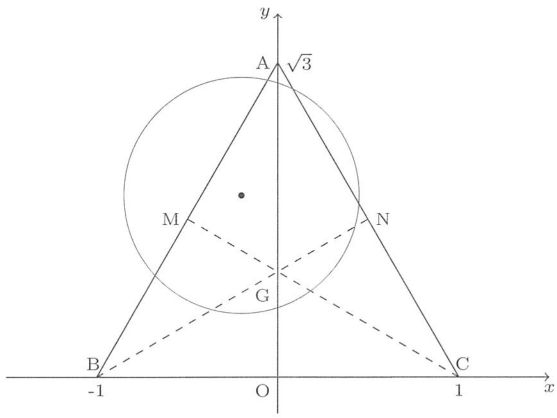


環

数学 − VI

xy 平面において，$\mathrm{A}(0, \sqrt{3})$, $\mathrm{B}(-1, 0)$, $\mathrm{C}(1, 0)$ を頂点とする正三角形が与えられている．正三角形 ABC の各辺と 2 点で交わる円を考える．ただし，各辺上の 2 つの交点は頂点以外の 2 点とする．正三角形 ABC の辺および内部において，そのような円の中心が存在しうる領域を R，存在しえない領域を S とする．





正三角形 ABC の重心を G，辺 AB の中点を M，辺 CA の中点を N とすると，領域 S のうち，四角形 AMGN に含まれる部分の領域は

$$\begin{cases} y \geqq \dfrac{\sqrt{\boxed{(111)}\boxed{(112)}}}{\boxed{(113)}\boxed{(114)}}\left(x^{\boxed{(115)}} + \boxed{(116)}\boxed{(117)}\right) \\ y \leqq \sqrt{\boxed{(118)}\boxed{(119)}}\left(x + \boxed{(120)}\boxed{(121)}\right) \\ y \leqq -\sqrt{\boxed{(122)}\boxed{(123)}}\left(x + \boxed{(124)}\boxed{(125)}\right) \end{cases}$$

とあらわされ，その面積は $\boxed{(126)}\boxed{(127)} + \boxed{(128)}\boxed{(129)}\sqrt{\boxed{(130)}\boxed{(131)}}$ である．したがって，領域 S の面積はその $\boxed{(132)}\boxed{(133)}$ 倍である．