

I 以下の  に最もふさわしい数または式などを解答欄に記入しなさい。

(1)  $8^{-\log_2 5} =$   (ア)

(2) 6で割ると4余り, 11で割ると5余る3桁の自然数は  (イ) 個ある。

(3)  $\cos 2\theta - 2\sin \theta$  ( $0 \leq \theta < 2\pi$ ) は  $\theta =$   (ウ) のとき最小値  (エ)

をとる。

(4) 数列  $\{a_n\}$  の初項から第  $n$  項までの和  $S_n$  が  $S_n = 2a_n + 3n$  をみたすとき, この

数列の一般項は  $a_n =$   (オ) である。

(5) 8個の自然数  $1, 2, \dots, 8$  の順列  $a_1, a_2, \dots, a_8$  について考える。

(i)  $a_1 < a_2 < a_3$  かつ  $a_3 > a_4 > \dots > a_8$  をみたす順列の総数は  (カ)

である。

(ii)  $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$  かつ  $a_5 > a_6 > a_7 > a_8$  をみたす順列の総数は

(キ) である。

(iii) 1以上8以下の自然数  $k$  に対し,  $a_1$  から  $a_k$  までは小さい順に,  $a_k$  から  $a_8$

までは大きい順に並んでいるような順列の総数を  $S_k$  とするとき,  $\sum_{k=1}^8 S_k$  は

(ク) である。

II 以下の  に最もふさわしい数を解答欄に記入しなさい。

- (1) 2次方程式  $x^2 - 5x + 14 = 0$  の2つの解を  $\alpha, \beta$  とするとき、 $\alpha^3 + \beta^3 =$   (ケ) である。

- (2)  $a$  を定数とする。2つの2次方程式

$$2x^2 - ax - (2a + 2) = 0$$

$$x^2 - (a + 2)x + (a + 7) = 0$$

の共通解が1つだけあるとき、その共通解は  (コ) であり、 $a =$   (サ) である。

- (3) 関数  $y = x^3 - 2x^2 + x$  ( $a \leq x \leq a + 1$ ) の最大値について考える。

(i)  $a = \frac{1}{2}$  のとき、 $x =$   (シ) において最大値  (ス) をとる。

(ii)  $x = a + 1$  において最大値をとるための必要十分条件は  $a \leq$   (セ)

または  (ソ)  $\leq a$  である。

- (4)  $a, b, c$  を実数とし、関数  $f(x)$  を

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

とする。3次方程式  $f(x) = 0$  の解の1つが  $-1 - i$  で、関数  $f(x)$  が  $x = -\frac{2}{3}$  で極大となるとき、 $a =$   (タ) である。

- (5) 三角形 ABC は  $AC = \sqrt{5}$ ,  $BC = 2\sqrt{5}$ ,  $\angle C = 90^\circ$  の直角三角形である。

辺 BC 上の点 D を  $CD = \frac{\sqrt{5}}{2}$  となるようにとり、B から直線 AD に下ろした

垂線を BH とする。このとき、 $\angle BAH = \alpha$  とすると、 $\cos \alpha =$   (チ) で

あり、 $AH =$   (ツ) となる。

Ⅲ 以下の  に最もふさわしい数を解答欄に記入しなさい。

$AB=2$ ,  $AC=3$ ,  $\angle BAC=60^\circ$  となる三角形  $ABC$  において,  $D$  を直線  $AB$  上の点とし, 辺  $AC$  を  $2:1$  に内分する点を  $E$ , 線分  $DE$  を  $3:1$  に内分する点を  $P$  とする。

(1)  $\overrightarrow{AP}$  を  $\overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{AE}$  で表すと,  $\overrightarrow{AP} = \text{ (テ) } \overrightarrow{AD} + \text{ (ト) } \overrightarrow{AE}$  である。

(2)  $D$  が線分  $AB$  の中点であるとき,  $\overrightarrow{AP} = \text{ (ナ) } \overrightarrow{AB} + \text{ (ニ) } \overrightarrow{AC}$  であり,  $|\overrightarrow{AP}| = \text{ (ヌ) }$  である。

(3) 直線  $AP$  と直線  $BC$  の交点を  $H$  とする。  $AH \perp BC$  のとき,

$AB:AD=1:\text{ (ネ) }$  となる。このとき,  $\overrightarrow{AH} = \text{ (ノ) } \overrightarrow{AP}$  であり,

$BH:HC=1:\text{ (ハ) }$  となる。

IV 以下の  に最もふさわしい数を解答欄に記入しなさい。

1 辺の長さが 1 の正八角形の 8 つの頂点の 1 つを点 A とする。以下のように、点 B と C を選ぶ。

●点 B は点 A とそれに隣接する頂点を除く 5 つの頂点からそれぞれ確率  $\frac{1}{5}$  で選ぶ。

●点 C は点 A と点 B に選んだ頂点以外の頂点からそれぞれ  $\frac{1}{6}$  の確率で選ぶ。

(1) X を A でも A に隣接する頂点でもない頂点の一つとする。X が点 B, C のいずれかに選ばれる確率は  (ヒ) である。

(2) 点 B, C の選び方により、三角形 ABC はいろいろな形になる。取りうる三角形で異なる形の個数は  (フ) 個である。ただし、合同な三角形は同じ形とする。

(3) 三角形 ABC の 2 つの辺の長さが 1 である確率は  (ヘ) である。

(4) 三角形 ABC が  $AB = AC$  の二等辺三角形である確率は  (ホ) である。

(5) 三角形 ABC が直角二等辺三角形である確率は  (マ) である。また、三角形 ABC が直角三角形である確率は  (ミ) である。

V 放物線  $y = x^2 - 2x$  について、以下の問いに答えなさい。

- (1)  $a$  を正の実数とする。点  $(0, -a)$  を通り、この放物線に接する 2 本の接線の方程式を求めなさい。
- (2) 放物線と (1) で求めた 2 本の接線で囲まれる領域  $D_1$  を図示し、その面積  $S_1$  を求めなさい。
- (3) 放物線と (1) で求めた 2 本の接線との接点を  $A, B$  とする。 $A, B$  を通る直線  $l$  の方程式を求めなさい。
- (4) 放物線と (3) で求めた  $l$  で囲まれる領域  $D_2$  の面積を  $S_2$  とするとき、(2) で求めた面積  $S_1$  と  $S_2$  の比  $S_1 : S_2$  を求めなさい。