# ２０１９年度

# 慶應義塾大学入学試験問題

## 総合政策学部

# 数学または情報

注意事項１

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないでください。
2. この冊子は全部で28ページです。
   - 数学の問題Ⅰ～Ⅵは３ページから11ページです。
   - 情報の問題Ⅰ～Ⅴは12ページから28ページです。

   試験開始の合図とともにすべてのページが揃っているか確認してください。

   ページの欠落・重複があった場合には、直ちに監督者に申し出てください。
3. 問題冊子の２ページに「注意事項２」があります。試験開始後必ず読んでください。
4. 数学・情報のいずれか１つを選択し、解答用紙の選択科目名の欄に科目名を記入し、選択科目マーク欄にマークしてください。
5. 問題冊子は、試験終了後必ず持ち帰ってください。
6. 受験番号と氏名は、解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
7. 解答用紙の「注意事項」を必ず読んでください。

総

注 意 事 項 2

問題冊子に数字の入った $\boxed{\phantom{0}}$ があります．それらの数字は解答用紙の解答欄の番号を表しています．対応する番号の解答欄の 0 から 9 までの数字または − (マイナスの符号) をマークしてください．

$\boxed{\phantom{0}}$ が 2 個以上つながったとき，数は右詰めで入れ，左の余った空欄には 0 を入れてください．負の数の場合には，マイナスの符号を先頭の $\boxed{\phantom{0}}$ に入れてください．

(例) $12 \longrightarrow \boxed{0}\boxed{1}\boxed{2}$

$-3 \longrightarrow \boxed{-}\boxed{0}\boxed{3}$

分数は約分した形で解答してください．マイナスの符号は分母には使えません．

(例) $\dfrac{4}{8} \longrightarrow \dfrac{1}{2} \longrightarrow \dfrac{\boxed{0}\boxed{1}}{\boxed{0}\boxed{2}}$

$-\dfrac{6}{9} \longrightarrow -\dfrac{2}{3} \longrightarrow \dfrac{\boxed{-}\boxed{2}}{\boxed{0}\boxed{3}}$

ルート記号の中は平方因子を含まない形で解答してください．

(例) $\sqrt{50} \longrightarrow \boxed{0}\boxed{5}\sqrt{\boxed{0}\boxed{2}}$

$-\sqrt{24} \longrightarrow \boxed{-}\boxed{2}\sqrt{\boxed{0}\boxed{6}}$

$\sqrt{13} \longrightarrow \boxed{0}\boxed{1}\sqrt{\boxed{1}\boxed{3}}$

数式については，つぎの例のようにしてください．分数式は約分した形で解答してください．

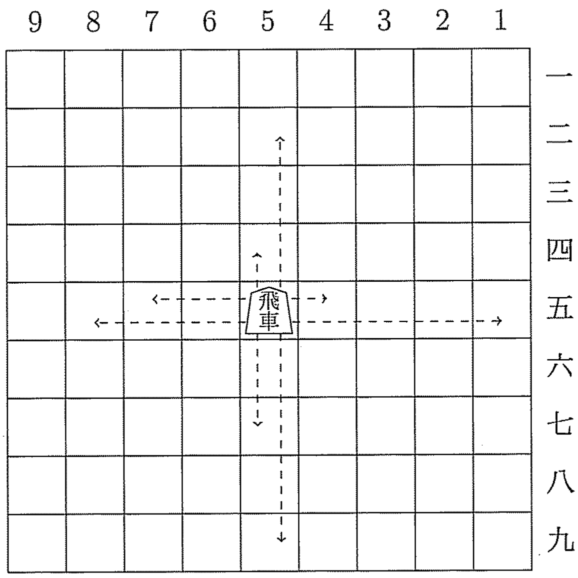
(例) $-a^2-5 \longrightarrow \boxed{-}\boxed{1}\,a^2+\boxed{0}\boxed{0}\,a+\boxed{-}\boxed{5}$

$\dfrac{4a}{2a-2} \longrightarrow \dfrac{-2a}{1-a} \longrightarrow \dfrac{\boxed{0}\boxed{0}+\boxed{-}\boxed{2}\,a}{1-\boxed{0}\boxed{1}\,a}$

選択肢の番号を選ぶ問題では，同じ選択肢を何回選んでもかまいません．

# 数学－I

将棋盤は下図のように縦横 9 マス計 81 マスからなる．盤面の右上を起点として図のように横を 1, 2, ..., 9 とアラビア数字であらわし，縦を一，二，...，九と漢数字であらわす．駒の位置は横と縦の数字の組であらわし，下図では飛車の駒が置かれているマスは「5 五」である．




将棋のルールでは，1 回に飛車の駒を縦横の任意の位置に動かすことができる．駒の 1 回の移動は「1 手」とよばれ，たとえば，5 五の飛車は 1 手で 5 二，5 四，5 七，5 九，1 五，4 五，7 五，8 五などに動かすことができる．しかし，5 五の飛車を 1 手で 1 一に動かすことはできず，「5 五 ⇒5 一 ⇒1 一」と 2 手で移動させたり，「5 五 ⇒5 三 ⇒5 一 ⇒1 一」と 3 手で移動させたり，「5 五 ⇒3 五 ⇒3 四 ⇒1 四 ⇒1 二 ⇒1 一」と 5 手で移動させたりする必要がある．このような駒の移動の列を「手順」とよび，手順における駒の移動の回数を「手数」とよぶ．

以下では，5 五にある飛車を右上隅の 1 一に移動させることを考える．ただし，飛車は右あるいは上にのみ移動させ，飛車のまま 5 五から 1 一に移動させることとする．

(1) 移動の最小手数は $\boxed{(1)}$ であり，そのような手順は $\boxed{(2)}$ 個ある．

(2) 移動の手数が 3 である手順は $\boxed{(3)}\boxed{(4)}\boxed{(5)}$ 個ある．

(3) 移動の最大手数は $\boxed{(6)}\boxed{(7)}$ であり，そのような手順は $\boxed{(8)}\boxed{(9)}\boxed{(10)}$ 個ある．

(4) 手順の総数は $\boxed{(11)}\boxed{(12)}\boxed{(13)}$ 個ある．

総

数学－II

月曜日から金曜日の毎朝のテレビ番組ではジャンケンゲームを 1 回行っている．視聴者はテレビの d ボタンを使ってグー・チョキ・パーを決め，番組側の出すグー・チョキ・パーと対戦し，視聴者が勝つと 40 点，引き分けると 20 点，負けると 10 点となる．各週において，ジャンケンの合計点数が 100 点以上になると，景品に応募することができる．番組側はランダムにグー・チョキ・パーを出し，視聴者は前もって出される手を知ることはできない．また，視聴者は毎朝の決められた時間に d ボタンでグー・チョキ・パーを決めないと，ジャンケンに参加することができない．

(1) 景品に応募するためには，週で少なくとも $\boxed{(14)}$ 回以上ジャンケンゲームに参加する必要がある．

(2) 週において，すべてのジャンケンゲームに参加した場合，週のジャンケンの合計点数の期待値は $\dfrac{\boxed{(15)}\boxed{(16)}\boxed{(17)}}{\boxed{(18)}\boxed{(19)}\boxed{(20)}}$ 点である．

(3) 週において，すべてのジャンケンゲームに参加した場合，その週に景品に応募することのできる確率は，$\dfrac{\boxed{(21)}\boxed{(22)}\boxed{(23)}}{\boxed{(24)}\boxed{(25)}\boxed{(26)}}$ である．

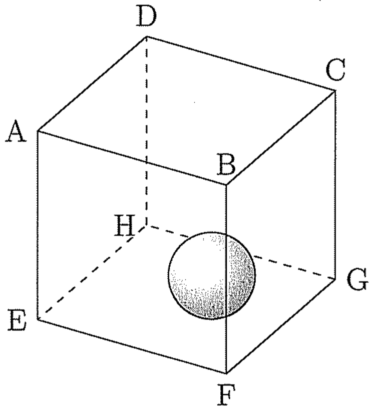
(4) 週において，週の最初からジャンケンゲームに参加するが，途中で負けるとその後は参加しないとした場合，景品に応募することのできる確率は，$\dfrac{\boxed{(27)}\boxed{(28)}\boxed{(29)}}{\boxed{(30)}\boxed{(31)}\boxed{(32)}}$ である．

(計算用紙)

総

## 数学－Ⅲ

一辺の長さが 2 である立方体 ABCD–EFGH の内部に半径 $r$ の球 $S$ $(r > 0)$ が存在する．球 $S$ は立方体 ABCD–EFGH の少なくとも 1 つの面と接しながら動く．このとき，立方体 ABCD–EFGH の内部で球 $S$ が通過しえない領域の体積 $V$ は




(i) $0 < r < \dfrac{\boxed{(33)}}{\boxed{(34)}}$ のとき

$$V = \left( \boxed{(35)}\boxed{(36)}\boxed{(37)} + \frac{\boxed{(38)}\boxed{(39)}}{\boxed{(40)}\boxed{(41)}}\pi \right) r^3 + \left( \boxed{(42)}\boxed{(43)}\boxed{(44)} + \boxed{(45)}\boxed{(46)}\,\pi \right) r^2 + \boxed{(47)}\boxed{(48)}\boxed{(49)}\,r + \boxed{(50)}\boxed{(51)}$$

(ii) $\dfrac{\boxed{(33)}}{\boxed{(34)}} \leqq r \leqq 1$ のとき

$$V = \left( \boxed{(52)}\boxed{(53)}\boxed{(54)} + \frac{\boxed{(55)}\boxed{(56)}}{\boxed{(57)}\boxed{(58)}}\pi \right) r^3 + \left( \boxed{(59)}\boxed{(60)}\boxed{(61)} + \boxed{(62)}\boxed{(63)}\,\pi \right) r^2$$

となる．

数学－Ⅳ

実数 $a$ に対して，$f(x)=x^2$, $g_a(x)=-(x-a)^2+a$ とする．

(1) $xy$ 平面において，曲線 $y=f(x)$ と曲線 $y=g_a(x)$ が共通点をもつための必要十分条件は

$$\boxed{(64)}\boxed{(65)} \leqq a \leqq \boxed{(66)}\boxed{(67)}$$

である．

(2) $a$ が $\boxed{(64)}\boxed{(65)} < a < \boxed{(66)}\boxed{(67)}$ の範囲を動くとき，2 つの曲線で囲まれる部分の面積は

$$S_a = \frac{\left(\sqrt{\boxed{(68)}\boxed{(69)}\,a^2+\boxed{(70)}\,a}\right)^{\boxed{(71)}}}{\boxed{(72)}\boxed{(73)}}$$

である．

(3) $a=\boxed{(74)}\boxed{(75)}$ のとき，$S_a$ は最大値 $\dfrac{\boxed{(76)}\boxed{(77)}}{\boxed{(78)}\boxed{(79)}}$ をとる．

総

数学－V

(1)　第 $i$ 行，第 $j$ 列の要素が行番号 $i$ と列番号 $j$ の積 $ij$ となっている $n$ 行 $n$ 列 ($n$ は自然数) の表がある．

| | 1 | 2 | 3 | …… | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $1\cdot 1$ | $1\cdot 2$ | $1\cdot 3$ | …… | $1\cdot n$ |
| 2 | $2\cdot 1$ | $2\cdot 2$ | $2\cdot 3$ | …… | $2\cdot n$ |
| 3 | $3\cdot 1$ | $3\cdot 2$ | $3\cdot 3$ | …… | $3\cdot n$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\ddots$ | $\vdots$ |
| $n$ | $n\cdot 1$ | $n\cdot 2$ | $n\cdot 3$ | …… | $n\cdot n$ |

この表中のすべての要素の総和 $S$ を 2 通りの方法で求める．

まず，第 $k$ 行 $(k = 1, 2, 3, \ldots, n)$ における第 1 列から第 $n$ 列までの要素の総和 $s_k$ は $\dfrac{\boxed{(80)}}{\boxed{(81)}} n^{\boxed{(82)}} \left(n + \boxed{(83)}\right)^{\boxed{(84)}} k^{\boxed{(85)}}$ であるから

$$S = \sum_{k=1}^{n} s_k = \frac{\boxed{(86)}}{\boxed{(87)}} n^{\boxed{(88)}} \left(n + \boxed{(89)}\right)^{\boxed{(90)}}$$

となる．

次に，第 $k$ 行における第 1 列から第 $k$ 列までの要素の和 $r_k$ は $\dfrac{\boxed{(91)}}{\boxed{(92)}} k^{\boxed{(93)}} \left(k + \boxed{(94)}\right)^{\boxed{(95)}}$ であり，第 $k$ 列における第 1 行から第 $k$ 行までの要素の和 $c_k$ も $\dfrac{\boxed{(91)}}{\boxed{(92)}} k^{\boxed{(93)}} \left(k + \boxed{(94)}\right)^{\boxed{(95)}}$ であり，第 $k$ 行第 $k$ 列は $k^{\boxed{(96)}}$ であるから

$$S = \sum_{k=1}^{n} \left( r_k + c_k - k^{\boxed{(96)}} \right) = \sum_{k=1}^{n} k^{\boxed{(97)}}$$

となる．

これらが等しいことを利用すると

$$\sum_{k=1}^{n} k^{\boxed{(97)}} = \frac{\boxed{(86)}}{\boxed{(87)}} n^{\boxed{(88)}} \left(n + \boxed{(89)}\right)^{\boxed{(90)}}$$

を導くことができる．

(2) 第 $i$ 行，第 $j$ 列の要素が行番号 $i$ の 3 乗と列番号 $j$ の 3 乗の積 $i^3j^3$ となっている $n$ 行 $n$ 列 ($n$ は自然数) の表がある．

| | 1 | 2 | 3 | …… | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $1^3\cdot1^3$ | $1^3\cdot2^3$ | $1^3\cdot3^3$ | …… | $1^3\cdot n^3$ |
| 2 | $2^3\cdot1^3$ | $2^3\cdot2^3$ | $2^3\cdot3^3$ | …… | $2^3\cdot n^3$ |
| 3 | $3^3\cdot1^3$ | $3^3\cdot2^3$ | $3^3\cdot3^3$ | …… | $3^3\cdot n^3$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\ddots$ | $\vdots$ |
| $n$ | $n^3\cdot1^3$ | $n^3\cdot2^3$ | $n^3\cdot3^3$ | …… | $n^3\cdot n^3$ |

この表中のすべての要素の総和 $S$ を 2 通りの方法で求める．

まず，第 $k$ 行 ($k = 1, 2, 3, \ldots, n$) における第 1 列から第 $n$ 列までの要素の総和 $s_k$ は $\dfrac{\boxed{(98)}}{\boxed{(99)}}n^{\boxed{(100)}}\left(n+\boxed{(101)}\right)^{\boxed{(102)}}k^{\boxed{(103)}}$ であるから

$$S=\sum_{k=1}^{n}s_k=\frac{\boxed{(104)}\boxed{(105)}}{\boxed{(106)}\boxed{(107)}}n^{\boxed{(108)}}\left(n+\boxed{(109)}\right)^{\boxed{(110)}}$$

となる．

次に，第 $k$ 行における第 1 列から第 $k$ 列までの要素の和 $r_k$ は $\dfrac{\boxed{(111)}}{\boxed{(112)}}k^{\boxed{(113)}}\left(k+\boxed{(114)}\right)^{\boxed{(115)}}$ であり，第 $k$ 列における第 1 行から第 $k$ 行までの要素の和 $c_k$ も $\dfrac{\boxed{(111)}}{\boxed{(112)}}k^{\boxed{(113)}}\left(k+\boxed{(114)}\right)^{\boxed{(115)}}$ であり，第 $k$ 行第 $k$ 列は $k^{\boxed{(116)}}$ であるから

$$S=\sum_{k=1}^{n}\left(r_k+c_k-k^{\boxed{(116)}}\right)=\frac{\boxed{(117)}}{\boxed{(118)}}\sum_{k=1}^{n}\left(k^{\boxed{(119)}}+k^{\boxed{(120)}}\right)\qquad \left(\text{ただし } \boxed{(119)}>\boxed{(120)}\right)$$

となる．

これらが等しいことを利用すると

$$\sum_{k=1}^{n}\left(k^{\boxed{(119)}}+k^{\boxed{(120)}}\right)=\frac{\boxed{(121)}}{\boxed{(122)}}n^{\boxed{(108)}}\left(n+\boxed{(109)}\right)^{\boxed{(110)}}$$

を導くことができる．

総

## 数学－VI

ある大学である学会の全国大会が日曜日に開催されることになり，受付や教室での資料配布などの仕事を誰かに頼む必要が生じた．仮に学生にアルバイト代を支払って手伝ってもらうとすると，人材派遣会社から人を派遣してもらう場合と比較して，サービスの質はやや劣るが人件費を節約でき，学会大会の手作り感を演出することで，参加者に大学への好感を持ってもらうことができるメリットがある．

A 教授はこの学会の会員であり，今回の学会大会の責任者であるが，自分の研究室に所属する学生（以下，ゼミ生）に手伝ってもらうことを考えた．もし，$n$ 人のゼミ生に手伝ってもらい，1 人あたりのアルバイト代の日給が $w$ 千円とすると，全体で $wn$ 千円の支払いが必要となる．そして，上記の人件費の節約や大学の好感度の向上といったメリットは，$60\sqrt{n}$ 千円であるとすると，A 教授にとっては，$x = 60\sqrt{n} - wn$ の値が大きければ大きいほど好ましいと考えられる．

一方，A 教授のゼミ生は全部で 30 人で，日曜日に全員家庭教師のアルバイトをしていて，1 日あたり 6 千円を各学生は稼いでいる．仮に学会の手伝いをすると，その日の家庭教師のアルバイトはできない．したがって，ゼミ生全体の立場からは，$y = wn + 6 \times (30 - n)$ が大きければ大きいほど好ましいと考えられる．

(1) $x + y$ を最大化する学生手伝いの数は $n =$ (123)(124) である．

(2) A 教授はゼミ生の代表の B 君と相談することにした．ここで，$x + y$ の最大は (125)(126)(127) であることに注意しよう．また，A 教授と B 君の相談がまとまらなければ $n = 0$ となることに注意すると，$x \geqq 0,\ y \geqq 180$ でなければならない．

(3) そこで，A 教授と B 君は，これらの $x, y$ の範囲を満たしつつ，$x \times (y - 180)$ を最大化する $x =$ (128)(129)(130)，$y =$ (131)(132)(133) で合意した．このとき，A 教授は (134)(135) 人の手伝ってもらうゼミ生に対して，1 人あたり (136)(137) 千円をアルバイト代として支払うことになった．

(計算用紙)