I.　以下の問いに答えよ。

(i)　$0 \leqq x < 2\pi$ のとき，関数 $f(x) = 4\sqrt{3}\cos x - 4\sin x + 5$ は $x = \dfrac{\boxed{(1)\ (2)}}{\boxed{(3)}}\pi$ で最大値 $\boxed{(4)\ (5)}$ をとり，$x = \dfrac{\boxed{(6)}}{\boxed{(7)}}\pi$ で最小値 $\boxed{(8)\ (9)}$ をとる。

(ii)　以下のようにして数列 $\{a_n\}$ を定義する。$a_1 = 1$ とする。$n = 1, 2, 3, \cdots$ に対し，曲線 $y = x^5$ 上の点 $(a_n, a_n{}^5)$ における接線と x 軸との交点の x 座標を a_{n+1} とする。このとき，数列 $\{a_n\}$ の漸化式は

$$a_{n+1} = \frac{\boxed{(10)}}{\boxed{(11)}}\, a_n$$

である。数列 $\{a_n\}$ の隣接する2項の差 $a_n - a_{n+1}$ が $\dfrac{1}{1000}$ 以下である自然数 n の最小値は $\boxed{(12)\ (13)}$ である。ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

II. A社は工場F_Aで商品P_Aを製造している。商品P_Aの製造費用を表す変数は，製造量xの関数であるとする。この関数を$c(x)$で表す。以下の分析を容易にするため，$c(x)$は区間$x \geqq 0$を定義域とする関数とし，$c(0) = 0$とする。また，正の実数uに対して，関数$c(x)$の$x = u$における微分係数が定まるとし，その値を$x = u$における限界費用といい，$m(u)$で表す。さらに，$a(x) = \dfrac{c(x)}{x}$と定め，正の実数uに対して，$a(u)$を$x = u$における平均費用という。ここで，

$$m(x) = x^2 - 8x + 17 \qquad \cdots ①$$

であることがわかったとする。

(i) 区間$x > 0$において，限界費用が最小となる製造量をx_mで表すと$x_m =$ $\boxed{(14)}$ であり，平均費用が最小となる製造量をx_aで表すと$x_a =$ $\boxed{(15)}$ である。

(ii) $\displaystyle\int_{x_m}^{x_a+1} \left| m(x) - a(x) \right| dx = \frac{\boxed{(16)\ (17)}}{\boxed{(18)}}$ である。

(iii) この問いでは，限界費用$m(x)$を特定する式①は仮定しないことにする。その場合でも，ある$\bar{x} > 0$に対して，平均費用$a(x)$が区間$0 < x \leqq \bar{x}$において単調に減少するならば，すなわち，$0 < u < v \leqq \bar{x}$ならば$a(u) > a(v)$となるならば，

$$x_1 + x_2 \leqq \bar{x}, \quad x_1 > 0, \quad x_2 > 0$$

を満たす任意のx_1, x_2に対して，

$$c(x_1 + x_2) < c(x_1) + c(x_2)$$

となることを証明せよ。(その証明は解答用紙Bの（ア）欄に記せ。)

(iv) B 社は工場 F_B で商品 P_A と同等な商品 P_B を製造している。商品 P_B の製造費用は，商品 P_A の製造費用と同じであるとする。すなわち，B 社における商品 P_B の製造費用は，製造量 x の関数 $c(x)$ で定まる。

ここで，A 社が B 社を買収したとし，商品の製造は A 社が工場 F_A ですべてまとめて行うこととする。（商品が同等なので，工場 F_A で製造した商品 P_A を B 社の顧客に提供しても何ら問題はない。また，このとき，工場 F_B における製造量は 0 になる。）買収前と比較して，製造を集約することによって両社合わせた製造費用が節約される度合いを求めてみよう。

買収時点での商品 P_A と商品 P_B の製造量を，それぞれ u_1 と u_2 $(u_1 > 0, u_2 > 0)$ とする。このとき，節約される費用は，再び，限界費用 $m(x)$ に対して式①を仮定すると，

$$u_1 u_2 \left(\boxed{\quad（イ）\quad} \right)$$

となる。（もしこの値が負となる場合は，製造費用は節約ではなく追加されることになる。）

III. 点Oを原点とする座標空間に2つの平面π_1とπ_2がある。平面π_1の方程式は，$x-2y+3z+1=0$であり，平面π_2の方程式は，$3x+4y-7z-5=0$である。そして，平面π_1とπ_2の交線をℓとする。

(i) ある点の原点Oを基準とする位置ベクトル$\vec{p}_0=\left(1,\ \boxed{(19)},\ \boxed{(20)}\right)$と，方向ベクトル$\vec{v}=\left(1,\ \boxed{(21)},\ \boxed{(22)}\right)$を用いると，

$$\vec{p}=\vec{p}_0+t\vec{v}$$

は直線ℓのベクトル方程式である。ここで，$\vec{p}$は直線ℓ上の点の原点Oを基準とする位置ベクトルで，tは実数である。

(ii) 点A$(2,-8,3)$を中心とする球面Sを考える。球面Sと直線ℓが1点のみを共有するとき，その共有点の座標は$\left(\boxed{(23)},\ \boxed{(24)\ (25)},\ \boxed{(26)\ (27)}\right)$である。また，球面$S$と直線$\ell$が異なる2点を共有し，その2つの共有点と点Aを頂点とする三角形の面積が$24\sqrt{35}$であるとき，その2つの共有点の座標は，$\left(\boxed{(28)\ (29)},\ \boxed{(30)\ (31)\ (32)},\ \boxed{(33)\ (34)\ (35)}\right)$と$\left(\boxed{(36)},\ \boxed{(37)\ (38)},\ \boxed{(39)}\right)$である。

(iii) 直線ℓはx軸に平行な平面π_3とy軸に平行な平面π_4の交線でもある。このとき，平面π_3の方程式は

$$\boxed{\quad（ウ）\quad}=0$$

であり，平面π_4の方程式は

$$\boxed{\quad（エ）\quad}=0$$

である。（これらの方程式はできる限り簡単な形にせよ。）

IV. 箱の中に赤玉5個，青玉4個，白玉3個が入っている。玉には1から5までの整数のいずれか1つが書かれており，赤玉には1，2，3，4，5の各数が1つずつ，青玉には1，2，3，4の各数が1つずつ，白玉には1，2，3の各数が1つずつ書かれている。

この箱から太郎が玉を1個取り出し，その玉を箱に戻さず残りの玉から花子が1個取り出す。このとき，玉に書かれた数が同じならば，おのおのが自分が取り出した玉を獲得し，異なるならば，大きい数が書かれた玉を取り出した方が両方の玉を獲得するゲームを行う。

(i) このゲームにおいて，太郎が1個の玉を獲得する確率は $\dfrac{\boxed{(40)}}{\boxed{(41)}\boxed{(42)}}$ であり，花子が2個の玉を獲得する確率は $\dfrac{\boxed{(43)}\boxed{(44)}}{\boxed{(45)}\boxed{(46)}}$ である。そして，花子が2個の玉を獲得したとき，玉に書かれた数の差の絶対値が n である確率を p_n とすると，

$$\sum_{n=1}^{4} np_n = \frac{\boxed{(47)}\boxed{(48)}\boxed{(49)}}{\boxed{(50)}\boxed{(51)}}$$

である。

(ii) このゲームにおいて，太郎が少なくとも1個の赤玉を獲得する確率は $\dfrac{\boxed{(52)}\boxed{(53)}}{\boxed{(54)}\boxed{(55)}}$ である。

(iii) このゲームを2回繰り返すことを考える。1回目のゲームで獲得した玉を箱に戻さず，続けて 2 回目のゲームを行ったとき，太郎が 2 回とも同色の玉を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{(56)}\boxed{(57)}}{\boxed{(58)}\boxed{(59)}}$ である。また，花子が2回のゲームを通じて獲得した玉に書かれた数の和が15となる確率は $\dfrac{\boxed{(60)}}{\boxed{(61)}\boxed{(62)}\boxed{(63)}}$ である。