日本医科大学

平成28年度

〔 数 学 〕

問 題 用 紙

試験時間	９０分
問題用紙	１ ～ ６頁

注 意 事 項

1. 指示があるまで問題用紙は開かないこと。
2. 問題用紙および解答用紙に落丁，乱丁，印刷の不鮮明な箇所があったら，手を挙げて監督者に知らせること。
3. 解答が終わっても，または試験を放棄する場合でも，試験終了までは退場できない。
4. 机上には，受験票と筆記用具および時計（計時機能のみ）以外は置かないこと。
5. 筆記用具は鉛筆，シャープペンシル，消しゴムのみとする。
   （コンパス，定規等は使用できない。）
6. 止むを得ず下敷を使用する場合は，監督者の許可を得ること。
7. 問題用紙および解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。
8. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に記入すること。欄外には何も書かないこと。
9. この問題用紙の余白は草稿等に自由に用いてよい。
10. 耳栓の使用はできない。
11. 携帯電話等の電源は必ず切り，鞄の中にしまうこと。
12. 質問，用便，中途退室など用件のある場合は，無言のまま手を挙げて監督者の指示に従うこと。
13. 受験中不正行為があった場合は，試験の一切を無効とし，試験終了時間まで別室で待機を命じる。
14. 退室時は，試験問題および解答用紙を裏返しにすること。
15. 試験終了後，この問題用紙は持ち帰ること。

受験番号		氏　名	

[I]　次の各問いの答えのみを解答用紙に記せ。

問 1　円に内接する四角形 ABCD において，AB $= 1+\sqrt{3}$, BC $=$ CD, DA $= 2$, また $\angle$DAB $= 60°$ である。四角形 ABCD の対角線の交点を P, $\angle$BCD の二等分線と辺 AB との交点を Q, BD と CQ の交点を R とするとき，以下の各問いに答えよ。なお数値の分母は有理化すること。

(1)　辺 BD の長さを求めよ。

(2)　$\angle$ABD の大きさを求めよ。

(3)　辺 BP の長さを求めよ。

(4)　三角形 PQR の内接円の半径を求めよ。

問 2　自然数 n に対して，n を 3 で割った余りを a_n，n^2 を 3 で割った余りを b_n とするとき，以下の各問いに答えよ。

(1)　$\displaystyle\sum_{n=1}^{2016}(a_n+b_n)$ の値を求めよ。

(2)　$\displaystyle\sum_{n=1}^{m}(a_{n+2}+b_{n+1}+2a_n)=2016$ を満たす自然数 m の値を求めよ。

問 3　O を原点とする座標平面上に，次のような双曲線 C と直線 ℓ_k (k は実数の定数) が与えられているとき，以下の各問いに答えよ。

$$C\ :\ \frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=-1 \qquad\qquad \ell_k\ :\ 3x-4y+k=0$$

(1)　C と ℓ_k が接するような k の値を求めよ。

(2)　C 上の点と直線 ℓ_0 : $3x-4y=0$ の距離の最小値を求めよ。

（計算用紙）

[II]　次の関数 $f(x)$ (ただし $x>0$) に関する以下の各問いに答えよ。

$$f(x)=\int_1^x t(x-t+1)e^{-(x-t+1)^2}dt$$

問 1　$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

問 2　関数 $g(x)$ を $g(x)=\dfrac{1}{2}(e^{-1}-e^{-x^2})$ とするとき，$f(x)$ と $g(x)$ の $x>0$ における大小関係を調べよ。

問 3　問 2 の $g(x)$ に対して，傾きが $f'(x)-g'(x)$ の $x=\sqrt{2}$ における値に等しく，点 $(1,0)$ を通る直線を考えることにより，不等式

$$0.115<f(\sqrt{2})<0.165$$

が成り立つことを示せ。ただし，$0.367<e^{-1}<0.368$，$0.135<e^{-2}<0.136$ であることは用いてよい。

（計算用紙）

[**III**]　座標平面上の 2 点 P $(t,\ t^2)$, Q $(t-5,\ t^2-4t+2)$ に対して，t が $1 \leqq t \leqq 3$ の範囲を動くとき，以下の各問いに答えよ。

問 1　線分 PQ を表す直線の方程式および定義域を，t を用いて表せ (答えのみでよい)。

問 2　線分 PQ が通過する範囲 D を求め，図示せよ。

（計算用紙）