物　理　解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。

Ⅰ

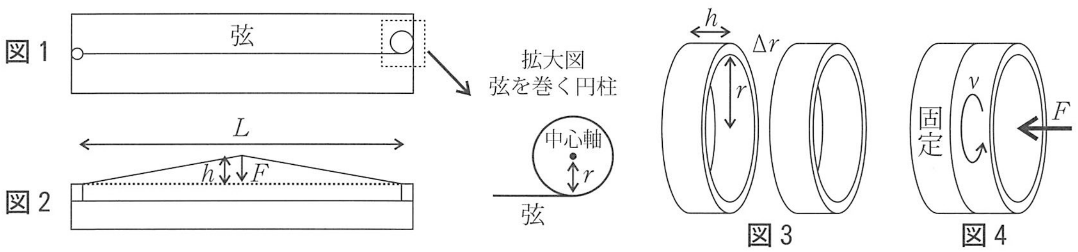
問１　水中（水の屈折率 1.33）での波長が 520 nm の光を，水中で見るとどのような色に見えるか，もしくは視覚に感じないか答えよ。ただし，空気中で見た場合の見え方と空気中での波長とのおおまかな関係は以下の通りとする。

紫外：400 nm 以下，紫色：410 nm，藍色：440 nm，青色：480 nm，緑色：530 nm，
黄色：580 nm，橙色：620 nm，赤色：690 nm，赤外：710 nm 以上

問２　ギターなど弦楽器の弦の張力を求める方法について検討しよう。弦の長さを L，張力を T とする。

（ａ）　弦を巻く円柱（半径 r）の中心軸まわりの弦の張力による力のモーメントが M であった。弦の張力 T を M を含む形式で答えよ（**図１**）。

（ｂ）　弦の中心を微小量 h 持ち上げたところ，下向きに F の力が作用した。弦の張力 T を h，F を含む形式で答えよ（**図２**）。ただし，弦が水平線となす角を θ とするとき，$\sin\theta \fallingdotseq \tan\theta$ として近似を行うこと。また，弦を微小量持ち上げても張力は変化しないとする。



問３（ａ）　同じ形状の金属の円筒を２個作成し（**図３**），**図４**のように２個の円筒を重ね，一方の円筒は動かないように固定し，この円筒に他方の円筒を力 F [N] で押しつけながら ν [Hz] で回転させた。両者間の動摩擦係数は μ' であり，摩擦により失われた力学的エネルギーが全て両者の均一な加熱に使われるとして上昇温度 T [K] を答えよ。ただし，摩擦による加熱時間は t [s]，円筒の形状は高さ h [m]，内径 r [m]，外径 $r+\Delta r$ [m] であり，円筒の体積が $1\,\mathrm{m}^3$ のときの熱容量を C [J/K]，２個の円筒は均一な温度で温度上昇する。また，Δr は r より十分に小さいと仮定して，$r+\Delta r$ を r とみなすことや，Δr^2 の項を無視する等の近似を必要に応じて行うこと。

（ｂ）　円筒２個を鉄で作成し，36 ℃の状態から摩擦による加熱を始めた。鉄の融点 1536 ℃になるまでの時間を有効数字２桁で答えよ。鉄の比熱は 0.45 J/(g・K)，密度は $8.0\,\mathrm{g/cm^3}$，$h = 8.0\,\mathrm{mm}$，$r = 50\,\mathrm{mm}$，$\Delta r = 2.0\,\mathrm{mm}$，$\nu = 10\,\mathrm{Hz}$，$\mu' = 0.50$，$F = 1000\,\mathrm{N}$。融点まで鉄は固体であり性質は変化しないとする。

Ⅱ

問１（ａ） 空気中で開管および閉管に音波を照射したところ（**図１**），管内に音波の定常波が生じた。それぞれの場合について，空気中の音速 V_{A}，管の長さ L，および整数 $n = 1$，２，３，… を用いて定常波の振動数を表す一般式を答えよ。開口端補正は無視する。

（ｂ） 波の伝搬の重要な特徴は，２つの波が重なったときの波の変位が両者の変位の和になり，すり抜けた時には他方の波が無い場合と同じ波形で伝搬することである。波の持つこのような特徴の名称をそれぞれ答えよ。

問２　音の３要素の名称を答えよ。

以下の問では，摩擦の無い２次元平面（x-y 平面）における質量 m の質点（以後は粒子とよぶ）と直角二等辺三角形 ABC（頂点 B が直角であり，以後は三角形とよぶ）との弾性衝突について考える。水平方向右向きを正として x 軸，上向きを y 軸の正の向きとし，粒子の初速度は y 軸の負の向きに大きさ V である。三角形の辺はなめらかで質量は m より十分に大きい。ここでの弾性衝突は三角形とともに動く座標系で観測したときに粒子の運動エネルギーが変化しない衝突とみなしてよい。また，重力の影響は無視し，２次元平面上の運動として扱うので粒子や三角形などの厚さ（z 方向）は考慮しない。

問３　**図２**のように粒子１個を，三角形の斜辺 AC（x 軸と45度をなす）に衝突させる場合について考える。

（ａ） 粒子が，静止している三角形の斜辺 AC に衝突し，x 軸の負の向きに跳ねた。粒子が三角形から受ける力積の x 成分を答えよ。

（ｂ） 三角形が x 方向に速度 v で動いているとき，斜辺 AC に粒子が衝突した。粒子が三角形から受ける力積の x 成分を答えよ。

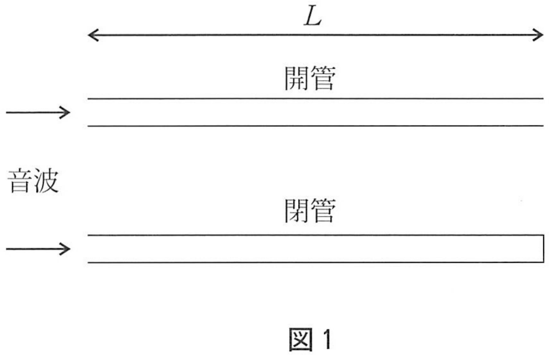


図１

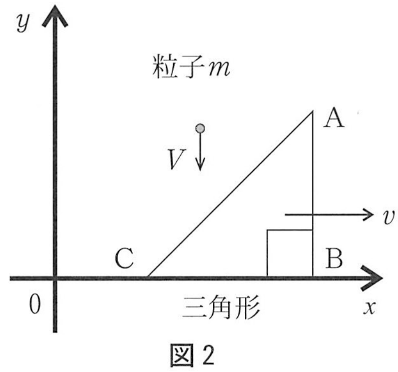


図２

つぎに，**図3～6**のように速度 V で y 軸の負の方向に動いている質量 m の粒子が多数集まった粒子ビームを，三角形に衝突させる場合について考える。三角形は，ばね定数 k のばねに接続され，斜辺 AC が y 軸に平行な状態で摩擦なしで x 軸に平行に動くことができる。粒子を衝突させる前の静止状態における頂点 B の位置は x_s である。粒子ビームは，横幅 W，左端は $x = 0$ であり，粒子数密度は単位面積あたり n 個で，粒子どうしは衝突などの相互作用をせず，粒子の質量 m は小さく，n は十分に大きい。頂点 B より右側の粒子はすべて辺 BC に衝突し，粒子を衝突させている時の頂点 B の位置 x は $0 < x < W$ である。

問 4　ばねの復元力と粒子ビームの衝突による力が釣り合って三角形が静止しているとして，頂点 B の位置 x_1 を答えよ（**図4**）。

三角形の下に，左端を $x = 0$ とした幅 W のコの字型をした反射装置（以後は筒と呼ぶ）を置いた（**図5**）。一部の粒子ビームは三角形の左側を通り，横に広がりながら筒の中を進み，筒の下端に到達するころには筒の中に均一に広がるようになった。筒の下端は閉じており，跳ね返って，筒の中を均一に広がった状態で速さ V で y 軸に平行に上方に進み，頂点 B より右側の粒子ビームが辺 AB に衝突した（**図6**）。筒の下端から頂点 B までの距離を L とする。また，粒子ビームの衝突により三角形は x 軸方向の運動をするがその速さは V と比較して十分に遅く，三角形に衝突した粒子は x 軸の負の向きに運動するとみなしてよい。

問 5　ばねの復元力と粒子ビームの衝突による力が釣り合って三角形が静止しているとして，頂点 B の位置 x_2 を答えよ（**図6**）。

問 6　この系は粒子や三角形の運動に伴い粒子数密度が変化し，この粒子数密度変化は粒子の運動に伴い移動（伝搬）する。粒子数密度変化の伝搬が問 1（b）における波の伝搬の重要な特徴を満たしているか否かを考察せよ。

ストロー，ガラス管など筒状の物体にくちびるを当てて空気をふき込むと，笛のように音を出すことができる。このとき音が生じる機構にはいまだ謎な部分も多い。ここでの理論モデルはこの現象の解明を目的としており，三角形とばねはくちびるを表す。問 5 では三角形が静止する場合を解析したが，この系は一般には振動運動をする。

問 7　問題文で定義していない物理量および必要な近似は説明して用い，三角形の運動方程式を記述せよ。ただし，$\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{V}$ は三角形の振動運動の周期よりもはるかに小さく，粒子が頂点 B の左を通過してから辺 AB に衝突するまでの時間は $\frac{2L}{V}$ として近似せよ。ここで，$\overline{\mathrm{AC}}$ は辺 AC の長さを表す。

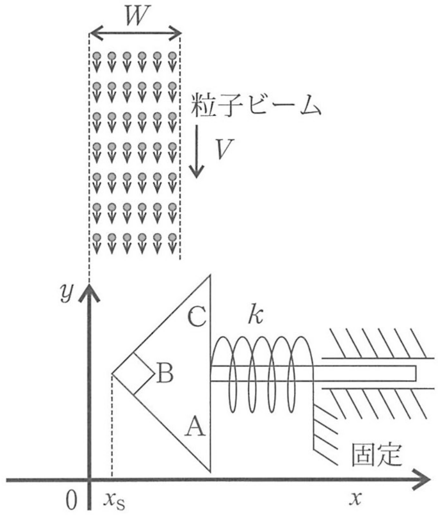

W
粒子ビーム
V
y
C
k
B
A
固定
0
x_S
x

図 3

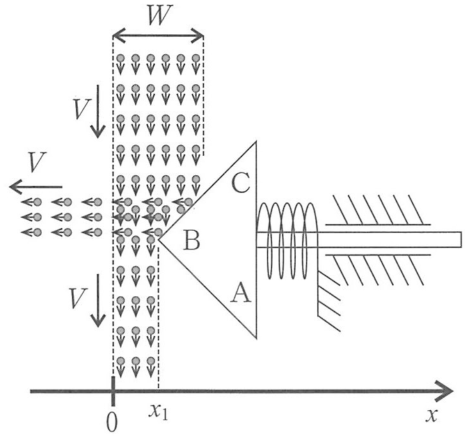

W
V
V
C
B
V
A
0
x_1
x

図 4

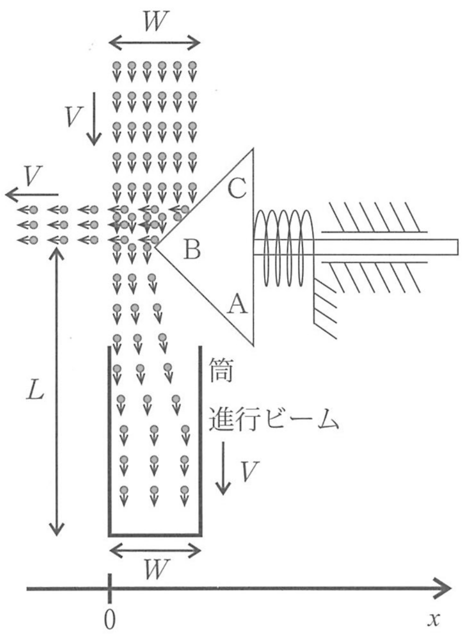

W
V
V
C
B
A
筒
L
進行ビーム
V
W
0
x

図 5

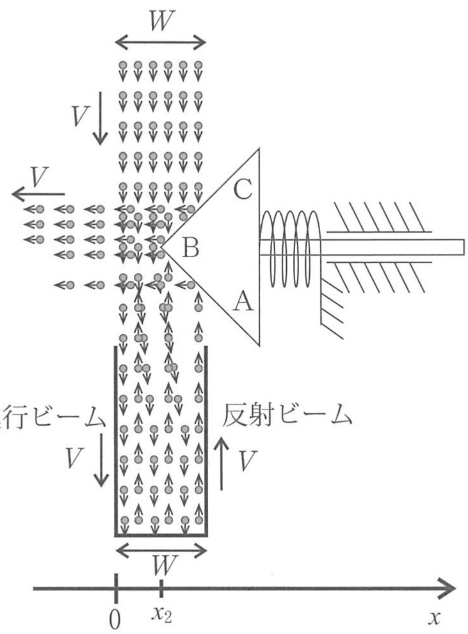

W
V
V
C
B
A
進行ビーム
V
反射ビーム
V
W
0
x_2
x

図 6

Ⅲ　z 軸に平行な向きの磁場（磁束密度 $\vec{B}=(0,\ 0,\ B)$）のある真空中で，電荷 q，質量 m の粒子が運動している（**図1**）。粒子の位置は，時刻 $t=0$ において（$0,\ y_0,\ 0$），速度は（$v,\ 0,\ 0$），ただし $y_0 \geqq 0$，$v>0$，である。粒子の運動に関する以下の問に答えよ。なお，z 軸は，紙面に垂直に裏から表の向きが正である。重力の影響は無視する。

問1　一様な磁場中の粒子は円軌道運動をする。円軌道運動の半径 r と角速度 ω を，B，m，q，v を用いて答えよ。ただし，$r>0$ および $\omega>0$ とする。

問2　問1の状況における時刻 t の粒子の x 座標および y 座標を θ（$=\omega t$），r を用いて答えよ。

図2に示すように，x 軸方向について，領域 $0 \leqq x \leqq d$ に磁束密度（$0,\ 0,\ B$）の一様な磁場があり，領域 $x<0$ および $d<x$ に磁場は無い。粒子は磁場の領域を運動した後，$d<x$ の領域を等速直線運動して，x 軸を（$x_{\mathrm{F}},\ 0,\ 0$）で横切った。

問3　ここでは，$q<0$ と仮定して，このような運動をするための B の符号を答えよ。

問4　この直線の方程式を $y=\boxed{ア}\,x+\boxed{イ}$，この直線が x 軸となす角度を θ_0 として，$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$ を y_0，r，θ_0 を用いて答えよ。

粒子は速度（$v,\ 0,\ 0$）で $x<0$ の領域から様々な y_0 で磁場の領域に入射してくる。磁場の領域に入射する前に粒子の y_0 を個別に測定して磁束密度 B をその都度瞬時に調整することで，全ての粒子が（$x_{\mathrm{F}},\ 0,\ 0$）を通過するようにしたい。ただし，飛来する粒子はまばらで磁場の領域には同時に1つであり，磁束密度の時間変化に伴う電磁誘導などの効果は無視する。

問5　問4で得られた結果を用いると，測定により得られた y_0 を用いた磁束密度の調節方法は，磁束密度を y_0 の1次関数，すなわち，$B=\boxed{ウ}\,y_0+\boxed{エ}$ として近似できる。$\boxed{ウ}$，$\boxed{エ}$ を q，m，v，d，x_{F} を用いて答えよ。ただし，θ_0 は小さく，$\tan\theta_0 \fallingdotseq \sin\theta_0 \fallingdotseq \theta_0$，$\cos\theta_0 \fallingdotseq 1-\dfrac{1}{2}\theta_0^2$，$\dfrac{1}{\cos\theta_0} \fallingdotseq 1+\dfrac{1}{2}\theta_0^2$ を用いて θ_0^2 の項まで近似せよ（θ_0^3 以上の高次項を無視する）。

問6　粒子の y_0 を測定して磁束密度 B をその都度調整することで粒子が正確に（$x_{\mathrm{F}},\ 0,\ 0$）を通過するようにすることは，実際にはミクロの世界に適用される物理法則により原理的に不可能である。これは，問5で用いた近似に起因した誤差とは無関係であり，粒子の質量が小さいほど誤差は顕著になる。原理的に不可能な理由を簡潔に説明せよ。

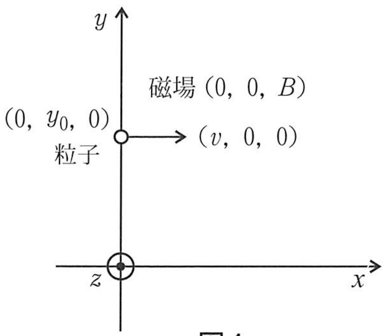

y
磁場 (0, 0, B)
(0, y0, 0)
粒子
(v, 0, 0)
z
x

図 1

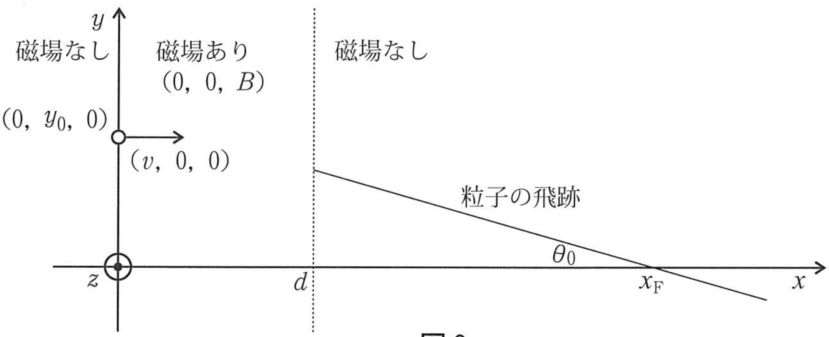

y
磁場なし
磁場あり
(0, 0, B)
磁場なし
(0, y0, 0)
(v, 0, 0)
粒子の飛跡
θ0
z
d
xF
x

図 2