環

注意事項2

問題冊子に数字の入った $\boxed{}$ があります．それらの数字は解答用紙の解答欄の番号を表しています．対応する番号の解答欄の 0 から 9 までの数字または －(マイナスの符号) をマークしてください．

$\boxed{}$ が 2 個以上つながったとき，数は右詰めで入れ，左の余った空欄には 0 を入れてください．負の数の場合には，マイナスの符号を先頭の $\boxed{}$ に入れてください．また，小数点以下がある場合には，左詰めで入れ，右の余った空欄には 0 を入れてください．

(例) $12 \longrightarrow \boxed{0}\boxed{1}\boxed{2}$ 　　 $-3 \longrightarrow \boxed{-}\boxed{0}\boxed{3}$

$1.4 \longrightarrow \boxed{0}\boxed{0}\boxed{1}.\boxed{4}\boxed{0}$ 　　 $-5 \longrightarrow \boxed{-}\boxed{0}\boxed{5}.\boxed{0}\boxed{0}$

分数は約分した形で解答してください．マイナスの符号は分母には使えません．

(例) $\dfrac{4}{8} \longrightarrow \dfrac{1}{2} \longrightarrow \dfrac{\boxed{0}\boxed{1}}{\boxed{0}\boxed{2}}$ 　　 $-\dfrac{6}{9} \longrightarrow -\dfrac{2}{3} \longrightarrow \dfrac{\boxed{-}\boxed{2}}{\boxed{0}\boxed{3}}$

ルート記号の中は平方因子を含まない形で解答してください．

(例) $\sqrt{50} \longrightarrow \boxed{0}\boxed{5}\sqrt{\boxed{0}\boxed{2}}$ 　　 $-\sqrt{24} \longrightarrow \boxed{-}\boxed{2}\sqrt{\boxed{0}\boxed{6}}$

$\sqrt{13} \longrightarrow \boxed{0}\boxed{1}\sqrt{\boxed{1}\boxed{3}}$ 　　 $-\dfrac{\sqrt{18}}{6} \longrightarrow \dfrac{\boxed{-}\boxed{1}\sqrt{\boxed{0}\boxed{2}}}{\boxed{0}\boxed{2}}$

数式については，つぎの例のようにしてください．分数式は約分した形で解答してください．

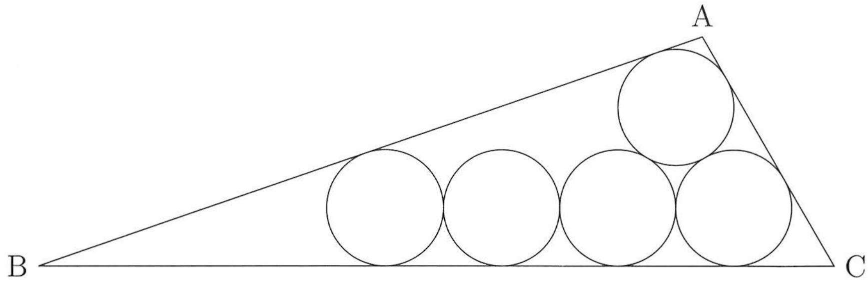
(例) $\sqrt{12a} \longrightarrow \boxed{0}\boxed{2}\sqrt{\boxed{0}\boxed{3}\,a}$

$-a^2-5 \longrightarrow \boxed{-}\boxed{1}\,a^2+\boxed{0}\boxed{0}\,a+\boxed{-}\boxed{5}$

$\dfrac{4a}{2a-2} \longrightarrow \dfrac{-2a}{1-a} \longrightarrow \dfrac{\boxed{0}\boxed{0}+\boxed{-}\boxed{2}\,a}{1-\boxed{0}\boxed{1}\,a}$

また，選択肢の番号を選ぶ問題では，最も適切な選択肢を 1 つだけ選びなさい．同じ選択肢を複数回選んでもかまいません．

数学 I



図のように三角形 ABC の内部に半径 1 の円が 5 つ含まれている．4 つの円は辺 BC に接しながら横一列に互いに接しながら並び，左端の円は辺 AB に接し，右端の円は辺 AC に接している．また，もう一つの円は，辺 AB と辺 AC に接し，4 つの円の右側の 2 つの円に接している．このとき

$$AB = \frac{\sqrt{\boxed{(1)}\boxed{(2)}}}{\boxed{(3)}\boxed{(4)}} BC \qquad AC = \frac{\boxed{(5)}\boxed{(6)}}{\boxed{(7)}\boxed{(8)}} BC$$

$$BC = \frac{\boxed{(9)}\boxed{(10)} + \boxed{(11)}\boxed{(12)}\sqrt{\boxed{(13)}\boxed{(14)}} + \boxed{(15)}\boxed{(16)}\sqrt{\boxed{(17)}\boxed{(18)}}}{\boxed{(19)}\boxed{(20)}}$$

である．ただし，$\boxed{(13)}\boxed{(14)} < \boxed{(17)}\boxed{(18)}$ とする．

数学 II

トランプを使って行うゲームの一つであるポーカーは，プレイヤーのもつ 5 枚のカードの組合せの強さを競うゲームである．トランプはジョーカーを除いた，スペード (♠)・クラブ (♣)・ダイヤモンド (♢)・ハート (♡) の 4 つのスート (あるいはスーツとも呼ばれる) のそれぞれに 1 から 13 までの数が書かれた 52 枚のカードからなる (1, 11, 12, 13 の代わりに，A, J, Q, K の記号を用いることが多い).

5 枚のカードの組合せには，強い順に以下の種類がある．

- **ストレートフラッシュ**: 同じスートのカードが 5 枚順番に並ぶ
- **フォーカード**: 同じ数のカードが 4 枚揃い，それ以外のカードが 1 枚
- **フルハウス**: 同じ数のカードが 3 枚揃い，別の数のカードが 2 枚揃う
- **フラッシュ**: 同じスートのカードが 5 枚揃うが，順番ではない
- **ストレート**: 数が 5 枚順番に並ぶが，スートはひとつに揃っていない
- **スリーカード**: 同じ数のカードが 3 枚揃うが，残り 2 枚はそれぞれ別の数
- **ツーペアー**: 同じ数のカードが 2 枚揃う組がふたつ別の数であり，残りの 1 枚もそれらとは別の数
- **ワンペアー**: 同じ数のカードが 2 枚揃い，残りはそれぞれ別の数
- **カードハイ**: 上記以外

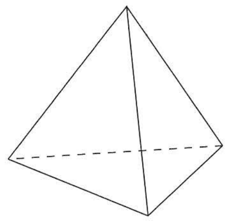
なお，A を 1 と考えて A, 2, 3, 4, 5 がストレートおよびストレートフラッシュとなるだけでなく，A を K に続く数と考えて 10, J, Q, K, A もストレートおよびストレートフラッシュとして許す．しかし，A を超えて J, Q, K, A, 2 のように 2 まで含めるものは許さない．

52 枚のカードから 5 枚を抜き出す組合せの数は ${}_{52}C_5 = 2598960$ 通りあるが，それがストレートフラッシュとなる組合せの数を求めてみよう．ストレートフラッシュの 5 枚のカードの最小の数は $1, 2, \ldots,$ $\boxed{(21)}\boxed{(22)}$ のどれかであるから，それぞれのスートごとに $\boxed{(21)}\boxed{(22)}$ 通り考えられる．よって，$4 \times$ $\boxed{(21)}\boxed{(22)}$ $=$ $\boxed{(23)}\boxed{(24)}$ 通りのストレートフラッシュの組合せがある．また，ストレートについては，数は順番に並んでいるが，スートが揃っていない組合せの数なので $\boxed{(25)}\boxed{(26)}\boxed{(27)}\boxed{(28)}\boxed{(29)}$ 通りある．

次に，フルハウスとなる組合せの数を求めてみよう．同じ数のカードが 3 枚と 2 枚のふたつの組があり，3 枚の組を選ぶ組合せは $\boxed{(30)}\boxed{(31)} \times {}_4C_3$，残りの 2 枚のカードを選ぶ組合せは $\boxed{(32)}\boxed{(33)} \times {}_4C_2$ であるから，フルハウスとなる組合せの数は $\boxed{(30)}\boxed{(31)} \times {}_4C_3 \times \boxed{(32)}\boxed{(33)} \times {}_4C_2 =$ $\boxed{(34)}\boxed{(35)}\boxed{(36)}\boxed{(37)}$ 通りである．ただし $\boxed{(30)}\boxed{(31)} \geqq \boxed{(32)}\boxed{(33)}$ とする．

数学Ⅲ

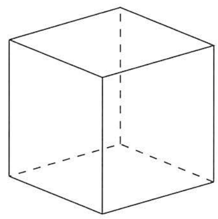
(1)　各面が白色あるいは黒色で塗られた正四面体について，いずれか 1 つの面を等確率 $\frac{1}{4}$ で選択し，選択した面を除いた 3 つの面の色を，白色であれば黒色に，黒色であれば白色に塗り直す試行を繰り返す．正四面体のすべての面が白色の状態から開始するとき



(a) 2 つの面が白色，2 つの面が黒色になる最小の試行回数は $\boxed{(38)\,(39)}$ 回であり，この試行回数で同状態が実現する確率は $\dfrac{\boxed{(40)\,(41)}}{\boxed{(42)\,(43)}}$ である．

(b) すべての面が黒色になる最小の試行回数は $\boxed{(44)\,(45)}$ 回であり，この試行回数で同状態が実現する確率は $\dfrac{\boxed{(46)\,(47)}}{\boxed{(48)\,(49)}}$ である．

(2)　各面が白色あるいは黒色で塗られた立方体について，いずれか 1 つの面を等確率 $\frac{1}{6}$ で選択し，選択した面を除いた 5 つの面の色を，白色であれば黒色に，黒色であれば白色に塗り直す試行を繰り返す．立方体のすべての面が白色の状態から開始するとき



(a) 3 つの面が白色，3 つの面が黒色になる最小の試行回数は $\boxed{(50)\,(51)}$ 回であり，この試行回数で同状態が実現する確率は $\dfrac{\boxed{(52)\,(53)}}{\boxed{(54)\,(55)}}$ である．

(b) すべての面が黒色になる最小の試行回数は $\boxed{(56)\,(57)}$ 回であり，この試行回数で同状態が実現する確率は $\dfrac{\boxed{(58)\,(59)\,(60)}}{\boxed{(61)\,(62)\,(63)}}$ である．

数学Ⅳ

$A_n=\{1,2,\ldots,n\}$ を，1 から n までの自然数の集合とする．S を A_n の部分集合 (空集合および A_n 自身も含む) としたとき，S' を S の要素それぞれに 1 を加えてできた集合とする．また，S'' を S' の要素それぞれにさらに 1 を加えてできた集合とする．たとえば，$A_3=\{1,2,3\}$ の部分集合 $S=\{1,3\}$ の場合，$S'=\{2,4\}$ および $S''=\{3,5\}$ となる．

(1) $A_4=\{1,2,3,4\}$ の部分集合 $S=\{1,2,3\}$ は $S\cup S'=A_4$ となる．このように A_4 の部分集合 S で $S\cup S'=A_4$ となるものは，$\{1,2,3\}$ と $\{1,\boxed{(64)}\}$ の 2 つである．

(2) A_n の部分集合 S で $S\cup S'=A_n$ となるような S の個数を a_n とすると，(1) から分かるように $a_4=2$ であり

$$a_5=\boxed{(65)}\boxed{(66)},\quad a_6=\boxed{(67)}\boxed{(68)},\quad a_7=\boxed{(69)}\boxed{(70)},\quad a_8=\boxed{(71)}\boxed{(72)},\quad \ldots,\quad a_{16}=\boxed{(73)}\boxed{(74)}\boxed{(75)}$$

となる．

(3) $A_4=\{1,2,3,4\}$ の部分集合 S で $S\cup S''=A_4$ となるものは，$S=\{1,\boxed{(76)}\}$ だけである．

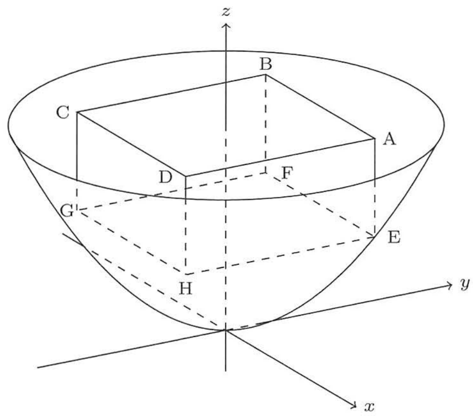
(4) A_n の部分集合 S で $S\cup S''=A_n$ となるような S の個数を b_n とすると，(3) から分かるように $b_4=1$ であり

$$b_5=\boxed{(77)}\boxed{(78)},\quad b_6=\boxed{(79)}\boxed{(80)},\quad b_7=\boxed{(81)}\boxed{(82)},\quad b_8=\boxed{(83)}\boxed{(84)},\quad \ldots,\quad b_{16}=\boxed{(85)}\boxed{(86)}\boxed{(87)}$$

となる．

数学V

xyz 空間において，直方体 ABCD–EFGH が $z \geqq x^2+y^2$ $(0 \leqq z \leqq 1)$ を満たす立体の周辺および内部に存在する．この直方体の面 ABCD，EFGH は xy 平面に平行であり，頂点 A, B, C, D は平面 $z=1$ 上に，頂点 E, F, G, H は曲面 $z=x^2+y^2$ 上に存在する．



(1) 直方体 ABCD–EFGH の面 ABCD および EFGH が 1 辺の長さ a の正方形のとき，正の実数である a の取り得る値の範囲は $0 < a < \sqrt{\boxed{(88)\,(89)}}$ であり，この直方体の体積は $\dfrac{\boxed{(90)\,(91)}}{\boxed{(92)\,(93)}}a^4 + \boxed{(94)\,(95)}\,a^2$ である．

(2) 直方体 ABCD–EFGH の面 ABFE および DCGH が 1 辺の長さ b の正方形のとき，正の実数である b の取り得る値の範囲は $0 < b < \boxed{(96)\,(97)} + \boxed{(98)\,(99)}\sqrt{\boxed{(100)\,(101)}}$ であり，この直方体の体積は $b^2\sqrt{\boxed{(102)\,(103)}\,b^2 + \boxed{(104)\,(105)}\,b + \boxed{(106)\,(107)}}$ である．

(3) 直方体 ABCD–EFGH のすべての面が 1 辺の長さ c の正方形のとき，すなわち直方体 ABCD–EFGH が立方体のとき，正の実数である c の値は $\boxed{(108)\,(109)} + \sqrt{\boxed{(110)\,(111)}}$ であり，立方体 ABCD–EFGH の体積は $\boxed{(112)\,(113)\,(114)} + \boxed{(115)\,(116)}\sqrt{\boxed{(117)\,(118)}}$ である．

環

数学Ⅵ

ある国の有識者会議が，経済活性化に資する公共サービスの供給量 x と，医療・公衆衛生に関する公共サービスの供給量 y の組合せの検討を行っている．供給量の組合せ (x, y) は，予算やマンパワー，既存の法律など，さまざまな要因により，その実現可能性に制約を受け，次の不等式を満たすものとする．

$$\begin{cases} 2x + 5y \leqq 405 & \cdots\cdots(1) \\ x^2 + 75y \leqq 6075 & \cdots\cdots(2) \\ x \geqq 0 & \cdots\cdots(3) \\ y \geqq 0 & \cdots\cdots(4) \end{cases}$$

供給量の組合せ (x, y) を x 軸と y 軸の 2 次元座標で表わすと，実現可能な供給量の組合せ (x, y) の領域は, $0 \leqq x \leqq \boxed{(119)}\boxed{(120)}$ の範囲で (1) と (4) を満たす (x, y) の部分の領域と, $\boxed{(119)}\boxed{(120)} \leqq x \leqq \boxed{(121)}\boxed{(122)}\sqrt{\boxed{(123)}\boxed{(124)}}$ の範囲で (2) と (4) を満たす (x, y) の部分の領域の 2 つからなることが分かる．

いま，有識者会議の目標が xy の最大化であるとすると，供給量の組合せを

$$(x, y) = \left(\boxed{(125)}\boxed{(126)},\ \boxed{(127)}\boxed{(128)}\right)$$

とする結論を得る．

次に，情勢の変化に伴って，上記の (1), (2), (3), (4) に新たな不等式

$$x + y \leqq 93 \quad \cdots\cdots(5)$$

が加わったとすると，実現可能な (x, y) の領域は，$0 \leqq x \leqq \boxed{(129)}\boxed{(130)}$ の範囲で (1) と (4) を満たす (x, y) の部分の領域と，$\boxed{(129)}\boxed{(130)} \leqq x \leqq \boxed{(131)}\boxed{(132)}$ の範囲で (5) と (4) を満たす (x, y) の部分の領域と，$\boxed{(131)}\boxed{(132)} \leqq x \leqq \boxed{(121)}\boxed{(122)}\sqrt{\boxed{(123)}\boxed{(124)}}$ の範囲で (2) と (4) を満たす (x, y) の部分の領域の 3 つに分けることができる．また，政府の方針にそって，有識者会議の目標が x^2y の最大化に変更されたとすると，供給量の組合せを

$$(x, y) = \left(\boxed{(133)}\boxed{(134)},\ \boxed{(135)}\boxed{(136)}\right)$$

とする結論を導くことになる．