I. 以下の問いに答えなさい。

(i) 正の実数x, yについて，xとyの相加平均を5とする。また，4を底とするx, yの対数をそれぞれX, Yとしたとき，XとYの相加平均は1であるとする。このとき，$x < y$とすると，$x = \boxed{(1)}$, $y = \boxed{(2)}$である。

(ii) 点Aを，放物線$C_1 : y = x^2$上にある点で，第1象限（$x > 0$かつ$y > 0$の範囲）に属するものとする。そのうえで，次の条件をみたす放物線$C_2 : y = -3(x-p)^2 + q$を考える。

1. 点Aは，放物線C_2上の点である。
2. 放物線C_2の点Aにおける接線をℓとするとき，ℓは放物線C_1の点Aにおける接線と同一である。

点Aの座標を(a, a^2)とするとき，

$$p = \frac{\boxed{(3)}}{\boxed{(4)}}a, \qquad q = \frac{\boxed{(5)}}{\boxed{(6)}}a^2$$

と表せる。また，直線ℓ，放物線C_2，および直線$x = p$で囲まれた部分の面積は$\dfrac{\boxed{(7)}}{\boxed{(8)}\boxed{(9)}}a^3$である。

II. a, k, n は正の整数で，$a < k$ とする。袋の中に k 個の玉が入っている。そのうち a 個は赤玉で，残りの $k-a$ 個は青玉である。

「袋から1個の玉を取り出し，色を調べてから袋に戻すとともに，その玉と同色の玉を n 個袋に追加する」という操作を繰り返す。

(i) 1回目に赤玉が出たとき，2回目に赤玉が出る確率は

(ア)

である。

(ii) 2回目に赤玉が出る確率は

(イ)

である。

(iii) 2回目に青玉が出たとき，1回目に赤玉が出ていた確率は

(ウ)

である。

(iv) この操作を3回繰り返す。1回ごとに赤玉が出たら1点，青玉が出たら2点を得るとき，得点の合計が4点になる確率は

(エ)

である。

III. 点Oを原点とする座標平面上の点P，Q，Rを，ベクトル$\vec{a}=(2,1)$，$\vec{b}=(1,2)$を用い，位置ベクトル$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=f(t)\,\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=f(t+2)\,\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OR}}=g(t)\,\vec{b}$で定める。ここで，$f(t)$, $g(t)$は，実数tを用いて

$$f(t)=9t^2+1, \qquad g(t)=\frac{1}{8}(t^2-6t+9)$$

で表される。

(i) $\vec{a}$と$\vec{b}$のなす角をθとする。ただし，$0 \leqq \theta \leqq \pi$とする。このとき，

$$\sin\theta=\frac{\boxed{(10)}}{\boxed{(11)}}$$

である。

(ii) $t=-\boxed{(12)}$のとき，点Pと点Qが一致する。それ以外のとき，点P，Q，Rは異なる3点となり，$t=\boxed{(13)}$のときその3点が一直線上に並ぶ。

(iii) $-\dfrac{4}{3} \leqq t \leqq 4$の範囲において，上記(ii)以外のとき，△PQRの面積は$t=\dfrac{\boxed{(14)}}{\boxed{(15)}}$で最大値$\boxed{(16)\,\vdots\,(17)}$をとる。

IV. 座標平面上で x 座標と y 座標がいずれも整数である点を格子点と呼ぶ。それぞれの正の整数 n について，4つの格子点 $A_n(n, n)$，$B_n(-n, n)$，$C_n(-n, -n)$，$D_n(n, -n)$ がつくる正方形を J_n とする。また，$(n-1, n)$ にある格子点を P_n とする。

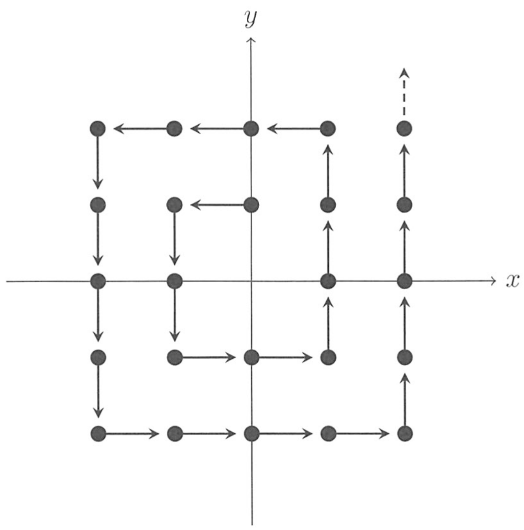
$\{a_k\}$ を初項 a_1 が -56 で，公差が $\dfrac{1}{4}$ の等差数列とし，数列 $\{a_k\}$ の各項を以下のようにして格子点上に順番に割り当てていく。

1. 初項 a_1 は格子点 P_1 に割り当てる。

2. a_ℓ が正方形 J_m の周上にある格子点で A_m 以外の点に割り当てられているときには，J_m の周上でその点から反時計回り（下図での矢印が示す方向）に一つ移動した格子点に $a_{\ell+1}$ を割り当てる。

3. a_ℓ が格子点 A_m に割り当てられているときには，$a_{\ell+1}$ を格子点 P_{m+1} に割り当てる。

全体としては，下図に示されているようにして，格子点をたどっていくことになる。



このとき，以下の問いに答えなさい。

(i) 格子点P_nに割り当てられる数列$\{a_k\}$の項をp_nとし，格子点C_nに割り当てられる数列$\{a_k\}$の項をc_nとする。このとき，

$$p_4 = -\boxed{(18)\,\vdots\,(19)}, \qquad c_4 = -\frac{\boxed{(20)\,\vdots\,(21)\,\vdots\,(22)}}{\boxed{(23)}}$$

である。

(ii) 上で定めたp_nを用いて，q_nを数列$\{p_n\}$の初項p_1から第n項p_nまでの和とする。q_nをnを使って表すと，

$$q_n = \frac{\boxed{(24)}}{\boxed{(25)}}n^3 - \frac{\boxed{(26)\,\vdots\,(27)\,\vdots\,(28)}}{\boxed{(29)}}n$$

である。

(iii) 上で定めたq_nが最小値をとるのは，$n = \boxed{(30)}$もしくは$n = \boxed{(31)}$のときであり，その値は$-\boxed{(32)\,\vdots\,(33)\,\vdots\,(34)}$である。