

2021年度 理工学部 一般選抜 問題訂正

教科・科目	ページ	設問	誤	→	正
数学	10	5	1行目 $\vec{a} = (\cos \theta, \sin \theta)$	→	$\vec{u} = (\cos \theta, \sin \theta)$

注 意 問題1, 2, 3, 4, 5の解答を, 解答用紙の所定の欄に記入しなさい。空欄(ア)～(ヌ)については, 分数は既約分数にするなど最もふさわしいもの(数, 式など)を解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

1

t を実数とし, 座標平面上の直線 $l: (2t^2 - 4t + 2)x - (t^2 + 2)y + 4t + 2 = 0$ を考える。

- (1) 直線 l は t の値によらず, 定点を通る。その定点の座標は である。
- (2) 直線 l の傾きを $f(t)$ とする。 $f(t)$ の値が最小となるのは $t =$ のときであり, 最大となるのは $t =$ のときである。また, a を実数とするとき, t に関する方程式 $f(t) = a$ がちょうど1個の実数解をもつような a の値をすべて求めると, $a =$ である。
- (3) t が実数全体を動くとき, 直線 l が通過する領域を S とする。また, k を実数とする。放物線 $y = \frac{1}{2}(x - k)^2 + \frac{1}{2}(k - 1)^2$ が領域 S と共有点を持つような k の値の範囲は $\leq k \leq$ である。

2

(1) 複素数 α は $\alpha^2 + 3\alpha + 3 = 0$ を満たすとする。このとき、 $(\alpha + 1)^2(\alpha + 2)^5 =$ である。また、 $(\alpha + 2)^s(\alpha + 3)^t = 3$ となる整数 s, t の組をすべて求め、求める過程とともに解答欄(1)に記述しなさい。

(2) 多項式 $(x + 1)^3(x + 2)^2$ を $x^2 + 3x + 3$ で割ったときの商は , 余りは である。また、 $(x + 1)^{2021}$ を $x^2 + 3x + 3$ で割ったときの余りは である。

3

n を自然数とする。1 個のさいころを繰り返し投げ実験を行い、繰り返す回数が $2n + 1$ 回に達するか、5 以上の目が 2 回連続して出た場合に実験を終了する。下の表は、 $n = 2$ の場合の例である。例 a では、5 以上の目が 2 回連続して出ず、5 回で実験を終了した。例 b では、5 以上の目が 2 回連続して出たため、3 回で実験を終了した。

	1 回目	2 回目	3 回目	4 回目	5 回目
例 a					
例 b					

この実験において、 A を「5 以上の目が 2 回連続して出る」事象、非負の整数 k に対し B_k を「5 未満の目が出た回数がちょうど k である」事象とする。一般に、事象 C の確率を $P(C)$ 、 C が起こったときの事象 D が起こる条件付き確率を $P_C(D)$ と表す。

(1) $n = 1$ のとき、 $P(B_1) = \boxed{\text{(サ)}}$ である。

(2) $n = 2$ のとき、 $P_{B_2}(A) = \boxed{\text{(シ)}}$ である。

以下、 $n \geq 1$ とする。

(3) $P_{B_k}(A) = 1$ となる k の値の範囲は、 $0 \leq k \leq K_n$ と表すことができる。この K_n を n の式で表すと $K_n = \boxed{\text{(ス)}}$ である。

(4) $p_k = P(A \cap B_k)$ とおく。 $0 \leq k \leq K_n$ のとき、 p_k を求めると $p_k = \boxed{\text{(セ)}}$ である。

また、 $S_n = \sum_{k=0}^{K_n} k p_k$ とおくと $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \boxed{\text{(ソ)}}$ である。

4

(1) a は $0 < a \leq \frac{1}{2}$ を満たす定数とする。 $x \geq 0$ の範囲で不等式

$$a\left(x - \frac{x^2}{4}\right) \leq \log(1 + ax)$$

が成り立つことを示しなさい。

(2) b を実数の定数とする。 $x \geq 0$ の範囲で不等式

$$\log\left(1 + \frac{1}{2}x\right) \leq bx$$

が成り立つような b の最小値は (タ) である。

(3) n と k を自然数とし、

$$I(n, k) = \lim_{t \rightarrow +0} \int_0^{\frac{k}{n}} \frac{\log\left(1 + \frac{1}{2}tx\right)}{t(1+x)} dx$$

とおく。 $I(n, k)$ を求めると、 $I(n, k) =$ (チ) である。また

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n I(n, k) =$$
 (ツ)

である。

5

座標平面上で、原点 O を通り、 $\vec{a} = (\cos\theta, \sin\theta)$ を方向ベクトルとする直線を l とおく。
ただし、 $-\frac{\pi}{2} < \theta \leq \frac{\pi}{2}$ とする。

(1) $\theta = \frac{\pi}{2}$ とする。直線 l の法線ベクトルで、 y 成分が正であり、大きさが 1 のベクトルを \vec{n} とおく。点 $P(1, 1)$ に対し、 $\overrightarrow{OP} = s\vec{u} + t\vec{n}$ と表す。 $a = \cos\theta$, $b = \sin\theta$ として、 s, t のそれぞれを a, b についての 1 次式で表すと $s = \boxed{\text{(テ)}}$, $t = \boxed{\text{(ト)}}$ である。

点 $P(1, 1)$ から直線 l に垂線を下ろし、直線 l との交点を Q とする。ただし、点 P が直線 l 上にあるときは、点 Q は P とする。以下では、 $-\frac{\pi}{2} < \theta \leq \frac{\pi}{2}$ とする。

(2) 線分 PQ の長さは、 $\theta = \boxed{\text{(ナ)}}$ のとき最大となる。

さらに、点 $R(-3, 1)$ から直線 l に垂線を下ろし、直線 l との交点を S とする。ただし、点 R が直線 l 上にあるときは、点 S は R とする。

(3) 線分 QS を $1:3$ に内分する点を T とおく。 θ が $-\frac{\pi}{2} < \theta \leq \frac{\pi}{2}$ を満たしながら動くとき、点 $T(x, y)$ がえがく軌跡の方程式は $\boxed{\text{(ニ)}} = 0$ である。

(4) $PQ^2 + RS^2$ の最大値は $\boxed{\text{(ヌ)}}$ である。