

## 《解答上の注意》

1. 解答が分数の場合は、既約分数で解答しなさい。
2. 解答が根号を含む場合は、根号の中はできる限り簡単な形にしなさい。また、解答が根号を含む分数の場合は、分母を有理化しなさい。
3. 複数の解答が考えられる場合は、解答用紙の所定の欄にすべて記入しなさい。

[ I ] 以下の問の  ~  にあてはまる適切な数, 数の組, または式を解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1)  $(1+i)^{10}$  を展開して得られる複素数は  である。ただし,  $i$  は虚数単位とする。

(2)  $x$  の関数  $f(x) = x^2 + ax + b$  がある。方程式  $f(x) = 0$  の 2 つの実数解の差が 1 であり,  $x$  の値が 2 から 5 まで変わるときの  $f(x)$  の平均変化率が  $\frac{13}{2}$  であるとき,  $a$  の値は ,  $b$  の値は  である。

(3)  $xy$  平面上において, 点  $P$  は 2 点  $A(0, 0)$ ,  $B(7, 0)$  に対して  $AP:BP = 3:4$  を満たす。

(i) 点  $P$  の軌跡の方程式は  である。

(ii) 点  $P$  の軌跡を境界線とする 2 つの領域のうち, 点  $A$  を含む領域と, 不等式  $y \leq \sqrt{3}|x+9|$  の表す領域の共通部分の面積は  である。

(4)  $\theta$  は実数で,  $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  を満たす。方程式

$$4\cos\frac{\theta}{2}\left(\cos\frac{\theta}{2} + \sin\frac{\theta}{2}\right) = 1$$

を満たすとき,  $\sin\theta + \cos\theta$  の値は  であり,  $\sin\theta$  の値は  である。

(5) 3進法で表された $3n$ 桁の整数

$$\overbrace{210210 \cdots 210}^{3n \text{ 桁}}_{(3)}$$

がある（ただし、 $n$  は自然数とする）。この数は、 $1 \leq k \leq n$  を満たすすべての自然数  $k$  に対して、最小の位から数えて  $3k$  番目の位の数 $が$  2、 $3k-1$  番目の位の数 $が$  1、 $3k-2$  番目の位の数 $が$  0 である。この数を 10 進法で表した数を  $a_n$  とおく。

(i)  $a_2 =$   である。

(ii)  $a_n$  を  $n$  の式で表すと、 である。

(6) 整数  $x, y$  が  $x > 1, y > 1, x \neq y$  を満たし、等式

$$6x^2 + 13xy + 7x + 5y^2 + 7y + 2 = 966$$

を満たすとする。

(i)  $6x^2 + 13xy + 7x + 5y^2 + 7y + 2$  を因数分解すると  である。

(ii) この等式を満たす  $x$  と  $y$  の組をすべて挙げると  $(x, y) =$   である。

(7) 座標空間内に 4 点 A (0, -2, 2), B (0, 2, 2), C (2, 0, -2), D (-2, 0, -2) がある。

この 4 点を頂点とする四面体 ABCD の体積は  である。

《 [Ⅱ][Ⅲ] は、13ページ以降にあります 》

〔Ⅱ〕 以下の問の  ～  にあてはまる適切な数または式を、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

与えられた図形の頂点から無作為に異なる 3 点を選んで三角形をつくる試行を考える。  
ただし、この試行におけるすべての根元事象は同様に確からしいとする。

81 (1) 正  $n$  角形における全事象を  $U_n$  とし、その中で面積が最小の三角形ができる事象を  $A_n$  とする。ただし、 $n$  は  $n \geq 6$  を満たす自然数とする。

(i) 事象  $U_6$  において、事象  $A_6$  の確率は  である。

(ii) 事象  $U_n$  において、事象  $A_n$  の確率を  $n$  の式で表すと  であり、この確率が  $\frac{1}{1070}$  以下になる最小の  $n$  の値は  である。

(iii) 事象  $U_n \cap \overline{A_n}$  において、面積が最小となる三角形ができる確率を  $n$  の式で表すと  である。

(2) 1 辺の長さが  $\sqrt{2}$  である 立方体 における全事象を  $V$  とすると、事象  $V$  に含まれるすべての三角形の面積の平均値は  である。

〔Ⅲ〕 以下の問の  ～  にあてはまる適切な数，座標または式を，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

$xy$  平面上に， $x$  の関数

$$f(x) = x^3 + (a + 4)x^2 + (4a + 6)x + 4a + 2$$

のグラフ  $y = f(x)$  がある。 $y = f(x)$  が任意の実数  $a$  に対して通る定点を P，点 P における接線が  $y = f(x)$  と交わる点を Q とおく。

- (1) 点 P の座標は  であり，点 P における接線の方程式は  $y =$   である。
- (2)  $a = 5$  のとき， $y = f(x)$  上の点における接線は， $x =$   において傾きが最小になる。
- (3)  $x =$   において  $f(x)$  が極値をとるとき， $a =$   であり，点  $($    $,$   $f($    $))$  を S とおくと，三角形 SPQ の面積は  である。